



Universidad Central de Venezuela
Facultad de Ciencias
Escuela de Matemática

Programa de la asignatura
ANÁLISIS FUNCIONAL

Tipo de asignatura: Obligatoria
Código: 8903
Unidades de crédito: 6U
Requisitos: 8901 Topología , 8902 Teoría de la Medida
Horas semana: 6 (4 horas teóricas y 2 horas prácticas)
Vigencia: 1987

OBJETIVO DE LA ASIGNATURA

Objetivo General

Entender y construir demostraciones matemáticas rigurosas, a la vez que alcanza un buen entendimiento y manejo de los conceptos y técnicas fundamentales del análisis funcional y de la teoría de operadores lineales en espacios normados, en particular en espacios de Banach y espacios de Hilbert, basados en el método axiomático-deductivo

Objetivos Específicos:

1. Comprender los espacios de Banach y sus propiedades, así como el proceso de completación de un espacio normado.
2. Comprender las propiedades básicas del espacio de las funciones continuas definidas en un espacio topológico y que toman valores en un cuerpo, en particular propiedades de densidad, y convergencia uniforme compacidad.
3. Comprender y estudiar propiedades fundamentales del espacio dual topológico asociado a un espacio normado y bases de Schauder.
4. Estudiar y comprender los teoremas fundamentales del análisis funcional: Categoría de Baire, aplicación abierta, gráfico cerrado, el principio de acotación uniforme y el teorema de Banach-Steinhaus.
5. Comprender resultados básicos de topologías débiles, así como propiedades geométricas y topológicas de los espacios de Hilbert.
6. Comprender algunos resultados básicos de la teoría de operadores en espacios de Hilbert.

CONTENIDO PROGRAMÁTICO TEÓRICO

TEMA 1 Espacios normados y de Banach

(8 horas)

Nociones generales sobre espacios normados y de Banach. Definición de espacio normado. Propiedades de la norma. Definición de espacio de Banach.

Ejemplos: $l_p^n = (R^n, \| \cdot \|_p)$, l_p , L_p , $C[a, b]$, c , c_0 , etc.

Construcción de espacios normados: espacios módulo sub-espacios, espacios producto de espacios normados.

TEMA 2 Espacios de funciones continuas

(16 horas)

Teorema de Dini sobre la convergencia uniforme. Álgebra. Subálgebra. Teorema de Stone-Weierstrass, versiones real y compleja. Equicontinuidad. Teorema de Arzela-Ascoli. Aplicaciones.

TEMA 3 Aplicaciones lineales entre espacios normados

(16 horas)

Condiciones equivalentes de continuidad. El espacio $L(X, Y)$ de las aplicaciones lineales y continuas de X en Y . Norma en $L(X, Y)$. Condición para que $L(X, Y)$ sea un espacio de Banach. Homeomorfismos entre espacios normados. Equivalencia de normas en espacios normados. Caracterización de espacios normados de dimensión finita. El teorema de F. Riesz sobre la compacidad de la bola cerrada.

TEMA 4 El espacio dual topológico de un espacio normado (10 horas)

El teorema de Hahn-Banach. Aplicaciones del teorema de Hahn-Banach. Ejemplos de duales de algunos espacios normados. Teorema de Riez para los espacios l_p , L_p .

Dual de c y dual de c_0 .

TEMA 5 Bases de Schauder

(2 horas)

Aplicaciones y ejemplos.

TEMA 6 Teoremas fundamentales

(12 horas)

El teorema de categoría de Baire. Aplicaciones. El principio de acotación uniforme y el teorema de Banach-Steinhaus. Teorema de la aplicación abierta. Aplicaciones. Teorema del gráfico cerrado. Aplicaciones.

TEMA 7 Topologías débiles

(8 horas)

Convergencia débil en espacios normados. La convergencia débil *. El teorema de Tjonov sobre producto de espacios compactos. El teorema de Bourbaki-Alaoglu.

TEMA 8 Espacios de Hilbert

(12 horas)

Formas hermiticas y formas cuadráticas sobre espacios vectoriales. Formas positivas. El teorema de Cauchy-Schwarz. Producto interno. Norma definida por un producto interno. Ortogonalidad en un

espacio de Hilbert. Distancia mínima. El teorema de representación de Riesz. Conjuntos ortogonales. El teorema de Gram-Schmidt. Representación mediante series de los elementos de un espacio de Hilbert con respecto a conjuntos ortonormales. Desigualdad de Bessel e identidad de Parseval.

TEMA 9 Espacios de Hilbert

(12 horas)

Operador adjunto de un operador acotado. Propiedades. El espacio $L(X)$ de las funcionales lineales y continuas del espacio de Hilbert X . La topología uniforme, la fuerte y la débil. Comparación entre estas topologías. Estudio de algunos tipos de operadores: hermíticos, normales, unitarios, etc.

ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA

1. Centradas en el Docente: desarrollando conferencias y clases unidireccionales orientadas a incentivar la resolución de problemas.
2. Centradas en el alumno: El alumno será el responsable de su propio aprendizaje, seleccionará tanto los medios como el tiempo requerido para el estudio, realizará trabajo de investigación, lecturas dirigidas, talleres y resolución de problemas.

ESTRATEGIAS DE EVALUACION

Se recomienda al profesor evaluar por separado cada una de las unidades del curso, tomando en cuenta los siguientes criterios e instrumentos: Evaluación escrita de cada dos o tres temas (en los cuales se tomará en cuenta el procedimiento que el alumno ha seguido para obtener sus resultados), participación en talleres de ejercicios y en las discusiones de clase, enfatizando el desarrollo de habilidades para realizar demostraciones de carácter deductivo y constructivo.

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

1. Bachman, G. y Narici, L. Functional Analysis. Academic Press. (1966).
2. Brown y Page. Elements of functional Analysis.
3. Bruzual, R. y Domínguez, M. Espacios de Banach. Publicaciones del Laboratorio de Formas en Grupos, Facultad de Ciencias, UCV. (Elaborada para Análisis Funcional) (2004).
4. Bruzual, R. y Domínguez, M. Espacios de Hilbert. Publicaciones del Laboratorio de Formas en Grupos, Facultad de Ciencias, UCV. (Elaborada para Análisis Funcional) (2004).
5. Cotlar, M. y Cignoli, R. An introduction to Functional Analysis. North Holland Texts in Adv. Math. (1974).
6. Kolmogorov, A. y Fomin, S. Elementos de la teoría de funciones y del Análisis Funcional. Ed. MIR. (1975)
7. Kreyszig, E. Introductory Functional Analysis with applications.
8. Trenoguín, V.A. Problemas y ejercicios de Análisis Funcional.