



Universidad Central de Venezuela
Facultad de Ciencias
Escuela de Matemática

Programa de la asignatura
ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

Tipo de asignatura: Obligatoria
Código: 8502
Unidades de crédito: 6U
Requisitos: 8501 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
Horas semana: 6 (4 horas teóricas y 2 horas prácticas)
Vigencia: 1996-2

OBJETIVO DE LA ASIGNATURA

Objetivo General

Introducir al alumno en el estudio de métodos de resolución de las ecuaciones en derivadas parciales elementales: las ecuaciones de ondas, del calor, de Laplace y de Poisson; presentándolas como la formulación matemática de ciertos fenómenos físicos.

Objetivos Específicos:

1. Deducir las ecuaciones en derivadas parciales elementales a partir de principios físicos.
2. Resolver diversos problemas de frontera y/o iniciales para las ecuaciones en derivadas parciales elementales mediante el método de separación de variables en una, dos y tres dimensiones.
3. Comprender el uso de los resultados de existencia y unicidad de soluciones para los principales problemas en estudio.
4. Estudiar la teoría fundamental de las series de Fourier.
5. Resolver problemas de valores iniciales y de contorno para la ecuación de ondas mediante el método de las características.

CONTENIDO PROGRAMÁTICO TEÓRICO

TEMA 1. Las ecuaciones del calor y Laplace

(10 horas)

Deducción de la ecuación del calor en una barra unidimensional. Barra finita: Diversas condiciones de contorno y su significado físico.

Deducción de la ecuación del calor en 2 y 3 dimensiones. Ecuación del calor en coordenadas cilíndricas y esféricas. Distribución de temperatura de equilibrio.

La Ecuación de Laplace.

TEMA 2. Método de separación de variables

(14 horas)

1. Resolución de diversos problemas de frontera y valor inicial para la ecuación del calor en una barra finita:
 - i) Temperatura cero en los bordes y necesidad de desarrollos en serie de senos.
 - ii) Flujo cero en los bordes (barra aislada térmicamente en los bordes) y necesidad de desarrollos en serie de cosenos.
 - iii) Condición de borde periódico (contacto térmico perfecto) y necesidad de desarrollos en serie de senos y cosenos.
2. Resolución de problemas para la ecuación de Laplace en 2 dimensiones:
 - i) Ecuación de Laplace en un rectángulo.
 - ii) Ecuación de Laplace en un disco.

TEMA 3. Propiedades de las funciones armónicas

(10 horas)

Fórmulas de Green. Representación integral de la solución. Condición de compatibilidad para la ecuación de Laplace. Teorema del valor medio. Principio del máximo. Unicidad y estabilidad para el problema interior de Dirichlet.

TEMA 4. Series de Fourier

(10 horas)

Introducción histórica. Series de Fourier de Senos y de Cosenos. Extensión par e impar. Continuidad de series de Fourier de funciones suaves a trozos. Derivación término a término de Series de Fourier y su aplicación a la solución de EDP por medio del Método de Separación de Variables (M.S.V.). Integración término a término de series de Fourier. Lema de Riemann-Lebesgue. Demostración del teorema de convergencia.

TEMA 5. La ecuación de ondas

(10 horas)

Deducción de la ecuación de una cuerda vibrante. Cuerda finita y diversas condiciones de contorno.

Resolución de problemas por el método de separación de variables.

Ecuación de onda en 2 dimensiones (solo deducción o breve discusión).

TEMA 6. La ecuación de ondas y el método de las características (12 horas)

Cuerda infinita y solución general de D'Alembert. Problema de Cauchy.

Cuerda semi-infinita y reflexiones.

Método de las características aplicado a la cuerda finita. Unicidad de la solución para problemas de valor inicial y de contorno de la cuerda finita usando estimaciones de la energía total.

TEMA 7. Ecuaciones en derivadas parciales con tres o más variables independientes (10 horas)

Vibraciones de una membrana rectangular. Solución por M.S.V.

Vibraciones de una membrana circular. Solución por M.S.V. Funciones de Bessel. Ecuación de Laplace en un cilindro circular. Funciones Modificadas de Bessel.

Ecuación del calor con condiciones de borde independientes del tiempo.

Ecuación del calor con fuentes de calor externas y condiciones de borde independientes del tiempo.

Ecuación del calor con fuentes de calor y condiciones de bordes dependientes del tiempo.
Método de expansión por autofunciones para la ecuación de Poisson.

ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA

1. Centradas en el docente: proporcionando las herramientas teóricas y prácticas básicas de cada tema a través de clases magistrales y unidireccionales, motivando la lectura y la realización de ejercicios teórico-prácticos.
2. Centradas en el alumno: seleccionando tanto los medios como el tiempo requerido para el estudio de los temas tratados, realizando las tareas, ejercicios y lecturas correspondientes.
3. Apoyadas por las tecnologías de la información y la comunicación: haciendo uso de las herramientas tecnológicas que ofrecen paquetes computacionales tales como: Maple, MatLab, Mathematica, entre otros, para favorecer el aprendizaje individual, colaborativo y grupal, en aquellos temas que así lo requieran.

ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN

Se recomienda que el profesor realice evaluaciones a través de exámenes escritos. Pueden complementarse las evaluaciones con la asignación de tareas, talleres, trabajos de cómputo, entre otros que el docente considere necesarios.

BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

1. Haberman, R. Ecuaciones en derivadas parciales con series de Fourier y problemas de contorno. Prentice Hall. Tercera Edición. 1998.
2. Carrier, G. F. y Pearson, C. E. Partial differential equations: theory and technique. Academic Press. Segunda Edición. 1988.
3. Spiegel, M. Ecuaciones diferenciales aplicadas. Prentice-Hall Hispanoamericana. 1983.
4. Samarskii, A. y Tikhonov, A. Ecuaciones de la física matemática. Editorial MIR. Segunda Edición. 1980.
5. Weinberger, H. Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales con métodos de variable compleja y de transformaciones integrales. Editorial Revert. 1970.