



Universidad Central de Venezuela
Facultad de Ciencias
Escuela de Matemática

Programa de la asignatura
FUNCIONES ANALÍTICAS

Tipo de asignatura:	Obligatoria
Código:	8403
Unidades de crédito	6U
Requisitos:	8401 Análisis I
Horas semana:	6 (4 horas teóricas y 2 horas prácticas)
Vigencia:	1987

OBJETIVO DE LA ASIGNATURA

Objetivo General

Entender y construir demostraciones matemáticas rigurosas, a la vez que alcanza un buen entendimiento y manejo de los conceptos y técnicas fundamentales de los números complejos, las funciones analíticas definidas en el plano complejo, integración compleja, series de potencia y series de Laurent y el Teorema de los residuos, basados en el método axiomático-deductivo.

Objetivos Específicos:

1. Comprender las propiedades básicas de los números complejos, topología en el plano complejo y la proyección estereográfica.
2. Comprender y estudiar las funciones de variable compleja, sus propiedades básicas: límite, continuidad, diferenciabilidad.
3. Comprender y estudiar las transformaciones de Moebius y sus propiedades, así como la función exponencial compleja, logaritmo.
4. Comprender y estudiar las propiedades fundamentales de las series de potencias y las series de Laurent.
5. Comprender y estudiar todo lo referente a integración compleja y propiedades básicas, las distintas versiones del Teorema de Cauchy.
6. Comprender y estudiar el Teorema de los Residuos y su aplicación para el cálculo de integrales.

CONTENIDO PROGRAMÁTICO TEÓRICO

TEMA 1 Números complejos

(8 horas)

El plano complejo (parte algebraica). Desigualdades triangular y de Cauchy. Topología del plano complejo. La función z . Fórmula de Moivre. Proyección estereográfica. Distancia cordal (otra métrica para el plano complejo).

TEMA 2 Funciones de variable compleja (10 horas)

Diferenciabilidad. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Función armónica. Conjugada armónica. La notación $d = dz$ y $\bar{d} = d\bar{z}$. Polinomios y funciones racionales, ceros y polos. Descomposición en fracciones simples.

TEMA 3 Transformaciones de Moebius. (14 horas)

Definición de homografías. Estructura de grupo. Otra manera de expresar las homografías: invariancia de la razón cruzada. Invariancia de la familia de círculos y rectas. Algunos subgrupos: rotaciones de la esfera, homografías que dejan invariante la circunferencia unitaria. Distancia hiperbólica. Modelo de Poincaré de la geometría hiperbólica.

TEMA 4 Series de potencias (10 horas)

Radio de convergencia. Funciones definidas mediante series de potencias. Teorema de la diferenciación término a término. Desarrollo en serie de Taylor. Teorema de identidad de series de potencias. Producto de series. Composición de series. Inversa de una serie.

TEMA 5 La función exponencial (10 horas)

La función exponencial imaginaria. Noción precisa de ángulo. Las funciones logaritmo y Z^a . Distintas determinaciones. Funciones trigonométricas. Nociones elementales de superficies de Riemann.

TEMA 6 Integración compleja (18 horas)

Definición de integral compleja. Invariancia con respecto a la parametrización de la curva. Integral con respecto a la longitud de arco. Integrales dependientes del camino de integración. Teorema de Cauchy para un rectángulo. Teorema de Cauchy para un círculo. Teorema de Morera. La función índice. Continuidad. La fórmula integral de Cauchy. Integrales del tipo de Cauchy. Derivadas de orden superior. Convergencia uniforme de funciones analíticas. Desarrollo en serie de Taylor. Desigualdad de Cauchy. Teorema de Liouville. Principio del máximo. Lema de Schwarz.

TEMA 7 Versión homológica del teorema de Cauchy (10 horas)

Cadenas y ciclos. Integración sobre cadenas. Conexidad simple. Funciones analíticas definidas por integrales que dependen de un parámetro. Versión homológica del teorema y de la fórmula integral de Cauchy (prueba de Dixon). Teorema de Cauchy para dominios simplemente conexos.

TEMA 8 Desarrollo en serie de Laurent (10 horas)

Determinaciones del logaritmo. Módulos de periodicidad. Desarrollo en serie de Laurent (funciones analíticas en un anillo). Singularidades aisladas. Teorema de Weierstrass sobre el comportamiento de funciones analíticas en un entorno de una singularidad esencial.

TEMA 9 Teorema de los residuos (10 horas)

El principio del argumento. Teorema de la aplicación abierta. Teorema de Rouché. Evaluación de integrales por el método de los residuos.

ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA

1. Centradas en el Docente: desarrollando conferencias y clases unidireccionales, orientadas a incentivar la resolución de problemas.
2. Centradas en el alumno: El alumno será el responsable de su propio aprendizaje, seleccionará tanto los medios como el tiempo requerido para el estudio, realizará trabajo de investigación, lecturas dirigidas, talleres y la resolución de problemas.

ESTRATEGIAS DE EVALUACION

Se recomienda al profesor evaluar por separado cada una de las unidades del curso, tomando en cuenta los siguientes criterios e instrumentos: Evaluación escrita de cada dos o tres temas (en los cuales se tomará en cuenta el procedimiento que el alumno ha seguido para obtener sus resultados), participación en talleres de ejercicios y en las discusiones de clase, enfatizando el desarrollo de habilidades para realizar demostraciones de carácter deductivo y constructivo.

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

1. Ahlfors, L. Complex Analysis. McGraw-Hill. (1966).
2. Churchill y Brown. Variable compleja y aplicaciones. McGraw-Hill. (1992).
3. Conway, J. Functions of one complex variable. Springer Verlag. (1973).
4. Hauser. Variable compleja.
5. Krasnov. Funciones de variable compleja, cálculo operacional y teoría de la estabilidad. Editorial Revert é. (1976).
6. Levinson, Redheffer. Curso de variable compleja. Editorial Revert é. (1975).
7. Sveshnikov, Tikhonov. The theory of functions of a complex variable. MIR Publi-chers. (1978).