UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE CIENCIAS
POSTGRADO EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN
ANÁLISIS NUMÉRICO
SEMESTRE I-2015

TAREA 1: Preliminares
Justifique todas sus respuestas
FECHA DE ENTREGA: 13-05-2015

1 Parte teórica

1. Considere la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como $f(x, y) = x - y$. Usando la norma 1 y asumiendo que $|x| + |y| \approx 1$ y $x - y \approx \epsilon$, demuestre que $cond_f \approx 1/\epsilon$. ¿Qué puede concluir acerca de la sensibilidad de la operación de subtracción?

2. En clases se demostró que el cálculo del producto interno es *backward* estable. Realice el análisis para el producto externo. ¿Resulta un procedimiento *backward* estable?

2 Parte práctica

1. Considere $p(x) = (x - 1)^5$ y $q(x) = x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$. Es facil ver que $p(x) = q(x)$.
   - Grafique a $p(x)$ y a $q(x)$ en 150 nodos igualmente espaciados en el intervalo $[0.999, 1.001]$
   - Observe y comente los resultados.

2. Escriba un programa para aproximar los valores de la derivada de una función usando la siguiente expresión
$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$
   - Pruebe su programa con $f(x) = sin(x)$ para $x = 1$. Determine el error absoluto usando la función de Matlab $cos(x)$ como valor exacto.
   - Genere una gráfica que muestre la magnitud del error en función de h para $h = \frac{1}{2^1}, \frac{1}{2^2}, \ldots \frac{1}{2^n}$ con $n = 60$. [1]
   - ¿Parece haber un mínimo para la magnitud del error?, ¿Qué ocurre cuando $h \approx \sqrt{e_M}|x|$? donde e_M representa el epsilón de la máquina.[2]

[1] Grafique usando el siguiente comando de Matlab `loglog`. Para más información sobre esta función coloque en `help loglog`.
[2] Para saber el valor de e_M coloque en Matlab `help eps`.

- Repita el ejercicio usando

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

  y compare los resultados.

3. Considere la siguiente función

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{x}.$$

- Demuestre (trivial) que $\lim_{x \to 0} f(x) = 1$.
- Escriba un programa para calcular $f(x)$ para $x = 10^{-k}$. Pruebe su programa con diferentes valores de k. ¿Qué ocurre a medida que k aumenta?, ¿Se obtienen los resultados esperados? Justifique.
- Repita el ítem anterior pero usando la siguiente formulación equivalente para $f(x)$

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{\log(e^x)}.$$

  Analice la calidad de la aproximación tanto del numerador como del denominador. ¿Esta nueva formulación resulta más precisa que la primera?. Comente los resultados.