



Universidad Central de Venezuela
Facultad de Ciencias



XXVIII JORNADAS VENEZOLANAS DE MATEMÁTICA



• Sesiones:

- * Álgebra y Teoría de Números.
- * Análisis.
- * Análisis Numérico y Cómputo Científico.
- * Ecuaciones Diferenciales y Análisis de Clifford.
- * Educación Matemática.
- * Funciones de Variación Acotada y Convexas.
- * Grafos y Combinatoria.

- * Lógica Matemática.
- * Probabilidades y Estadística.
- * Sistemas Dinámicos.
- * Topología y Geometría.

• Conferencistas invitados:

- * Pietro Aiena
(Università degli Studi di Palermo)
- * Yamilet Quintana
(Universidad Simón Bolívar)
- * Víctor Sirvent
(Universidad Simón Bolívar)

Fecha:

23-26 Marzo 2015

Más información en:

www.ciens.ucv.ve/jornadasAMV2015/



XXVIII Jornadas Venezolanas de Matemáticas
Asociación Matemática Venezolana - Universidad Central de Venezuela

Libro de Resúmenes

Versión actualizada y corregida

Comité Organizador

Carenne Ludeña
(Coordinadora-UCV)
jornadasmaticasucv@gmail.com
Mariela Castillo (UCV)
mariela.castillo@ciens.ucv.ve
Mairene Colina (UCV)
mairene.colina@ciens.ucv.ve
Tomás Guardia (UCV)
tomas.guardia@ciens.ucv.ve
Manuel Maia (UCV)
manuel.maia@ciens.ucv.ve
Argenis Méndez (UCV)
argenis.mendez@ciens.ucv.ve
Robert Espitia (UCV)
robert.espitia@ciens.ucv.ve

Comité de Programa

Pedro Berrizbeitia
(Coordinador-USB)
pberrizbeitia@gmail.com
Ramón Bruzual (UCV)
ramon.bruzual@ciens.ucv.ve
Ennis Rosas (UDO)
ennisrafael@gmail.com
Ramón Pino (ULA)
pino@ula.ve
Miguel Mendez (IVIC)
mmendezenator@gmail.com
Oswaldo Larreal (LUZ)
olarreal@gmail.com
Carlos Morales (UFRJ)
morales@impa.br
Hanen Hanna (UC)
hhanna@uc.edu.ve
Alexander Carrasco (UCLA)
acarrasco@ucla.edu.ve
Carenne Ludeña (UCV)
jornadasmaticasucv@gmail.com

El comité organizador no se hace responsable del contenido de los siguientes resúmenes los cuales son de la exclusiva responsabilidad de los respectivos autores.

Patrocinado por

Universidad Central de Venezuela - UCV

Escuela de Matemática - UCV

Postgrado en Modelos Aleatorios - UCV

Facultad de Ciencias - UCV

Postgrado de Matemática - UCV

Vicerrectorado Académico - UCV

Banco Central de Venezuela - BCV

Consejo Federal de Gobierno - CFG

Este libro de Programas y Resúmenes
fue transcrito en \LaTeX por: *Profesora Mairene Colina* y *Profesor Manuel Maia*
Email: mairene.colina@ciens.ucv.ve, manuel.maia@ciens.ucv.ve
Caracas, Marzo 2015

Agradecimientos

El comité organizador de las **XXVIII Jornadas Venezolanas de Matemáticas** agradece a las personas e instituciones que hicieron posible la realización de este evento:

- Profesor Nelson Merentes, Presidente del Banco Central de Venezuela.
- Profesor Guy Vernáez, Director Ejecutivo del Consejo Federal de Gobierno.
- Miembros del personal docente de la Escuela de Matemática UCV.
- Estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas integrantes del protocolo del evento.
- Centros de estudiantes y grupos de extensión de la Facultad de Ciencias UCV.
- Lic. Carlota Petaquero.
- A todos aquellos que de una manera u otra colaboraron en la organización de estas Jornadas.

El Comité Organizador

Lunes 23/03/2015

08:00 am - 09:00 am	Registro (Auditorio Tobías Lasser)
09:00 am - 10:20 am	Sesiones
10:20 am - 11:00 am	Refrigerio
11:00 am - 12:30 pm	Dr. Pietro Aiena: Plenaria Inaugural (Auditorio Tobías Lasser)
02:00 pm - 03:20 pm	Sesiones
03:20 pm - 04:00 pm	Refrigerio
04:00 pm - 05:40 pm	Sesiones

Martes 24/03/2015

08:00 am - 09:20 am	Sesiones
09:20 am - 10:00 am	Refrigerio
10:00 am - 11:00 am	Dra. Yamileth Quintana: Conferencia Plenaria (Auditorio Tobías Lasser)
11:00 am - 01:00 pm	Asamblea AMV
02:00 pm - 03:20 pm	Sesiones
03:20 pm - 04:00 pm	Refrigerio
04:00 pm - 05:40 pm	Sesiones

Miércoles 25/03/2015

09:00 am - 10:20 am	Sesiones
10:20 am - 11:00 am	Refrigerio
11:00 am - 12:00 m	Dr. Víctor Sirvent: Plenaria Clausura (Auditorio Tobías Lasser)
02:00 pm - 03:20 pm	Sesiones
03:20 pm - 04:00 pm	Refrigerio
04:00 pm - 05:40 pm	Sesiones

Conferencias Plenarias

Local spectral theory and Fredholm theory

Pietro Aiena^{1a}
¹ Universidad de Palermo-Italia

The single-valued extension property, and more generally, the local spectral theory, arises from the substantial attempts to transfer some of the important properties of the spectral theory of normal operators on Hilbert spaces to the more general setting of Banach spaces.

The early studies of local spectral theory were initiated by Dunford, and treated in a more systematic way in the monographs by Dunford and Schwartz (1952), and I. Colojoară, C. Foiaş (1968), and more recently, by Laursen and Neumann (2000), and Aiena (2004). In the last years an increasing role in local spectral theory, especially in connection with Fredholm theory, has been assumed by a localized version of the single-valued extension property.

In this talk to provide a streamlined approach to some classical results of Fredholm theory, together an extension of these, by using some tools of local spectral theory. The contents may be thought as a first orientation and the material is expository in the style.

^a Email: paiena@unipa.it

Sobre extensiones de polinomios de tipo Apostol generalizados

Yamilet Quintana^{1a}
¹ Universidad Simón Bolívar

Haciendo una ligera modificación sobre los parámetros asociados a polinomios de tipo Apostol generalizados es posible obtener algunos nuevos resultados sobre extensiones de esta clase de polinomios. En esta charla estableceremos algunas propiedades algebraicas y diferenciales para esta nueva clase de extensiones de polinomios de tipo Apostol generalizados, así como también, presentaremos algunas otras identidades que conectan esta clase polinomial con los números de Stirling de segunda especie, los polinomios de Jacobi, los polinomios de Bernoulli generalizados, los polinomios de Genocchi y los polinomios de Apostol-Euler, respectivamente.

^a Email: yquintana@usb.ve

Space-filling curves, expanding maps on the circle and geodesic laminations.

Víctor Sirvent^{1a}
¹ Universidad Simón Bolívar

In this talk we consider a class of connected fractals. We show these fractals admit space filling curves with special properties, in particular, they are Hölder continuous and measure preserving. To these space filling curves we associate geodesic laminations satisfying among other properties that points joined by geodesics have the same image in the fractal under the space filling curve. The laminations help us to understand the geometry of the curves. The construction of the laminations is associated to a family expanding dynamical system on the circle. This family allows us to define expanding dynamical systems on the laminations. We explore the relations between the geometric properties of the laminations, the space-filling curves and the dynamical properties of the expanding maps.

^a Email: vsirvent@yahoo.com

Sesión

Álgebra y Teoría de Números

LA LEY DE RECIPROCIDAD QUINTICA EN EL USO DE UN TEST DE PRIMALIDAD

Prof. Deivi Luzardo (Tutor)^{1a}, Br. Luis Arrieta^{1b}

¹ UNIVERSIDAD DEL ZULIA

En el año 2000 fue publicado por los profesores Pedro Berrizbeitia, Mauricio Odreman y Juan Tena el artículo: Quintic Reciprocity and Primality Test for Numbers of the Form $M = A \cdot 5^n \pm w_n$. En el primer teorema demuestra una extensión del test de Lucas-Lehmer, usando la aritmética del anillo $\mathbb{Z}[\zeta_5]$, donde ζ_5 es una raíz primitiva quinta de la unidad.

En ese artículo se hace uso de la Ley de Reciprocidad Quintica como base fundamental y se calculan dos sucesiones que corresponden a las sucesiones de Lucas para ese caso.

En nuestro trabajo, se desarrolla parte de ese artículo y luego se hace una extensión para los números $M = A \cdot 7^n \pm w_n$, construyendo de nuevo lo que llamamos teorema principal para este caso, haciendo uso de la Ley de Reciprocidad Séptima. Además se presentan nuevas sucesiones para cálculos de estos números y la determinación de su primalidad.

REFERENCIAS

- [1] D. Marcus. *Nombres Fields*. Springer-Verlag. New York (1977).
- [2] P. Berrizbeitia. Algoritmos Determinista de Primalidad. XVII Escuela Venezolana de Matemática. Mérida, Venezuela (2004).
- [3] P. Berrizbeitia; M. Odreman and J. Tena. Primality test for Numbers M , with a large power of 5 dividing $M^4 - 1$. *Reporte U. S. B.* (2000).
- [4] P. Samuel. Teoría Algebraica de Números. Editorial Omega. Barcelona. (1996).

^a Email: dluzardo123@hotmail.com

^b Email: arrieta.luisernesto@gmail.com

Cadenas de subgrupos vs pares fuertemente Shoda, en el cálculo de icp de QG para G grupo nilpotente.

Ricardo Franquiz^{1a}, Aurora Olivieri^{1b}

¹ Universidad Simón Bolívar

En el 2003 Jesper, Leal y Paques [1] encontraron, para G un grupo finito nilpotente, una técnica alternativa a la forma clásica para calcular los idempotentes centrales primitivos de QG a partir de parejas de subgrupos de G con ciertas propiedades. Luego en 2004 Olivieri, del Río y Simón [2] cambiaron las condiciones sobre las parejas de subgrupos, ampliando el alcance a la clase de los grupos finitos monomiales que contiene a todos los grupos nilpotentes.

Aunque este último resultado es más general, no se conocía si las parejas que satisfacen las condiciones de [1] cumplen las dadas [2]. En este trabajo se realiza un estudio comparativo y se exhibirá ejemplos, de parejas que satisfacen el resultado de Jesper, Leal y Paques pero no el segundo resultado, calculados con un algoritmo creado en el software G.A.P [3] y paquete Wedderga [4].

REFERENCIAS

- [1] JESPER, ERIC; LEAL, GUILHERME Y PAQUES, ANTONIO (2003). Central idempotents in the rational group algebra of a finite nilpotent group. *Journal of Algebra and its Applications*. V. 2, 57-62.
- [2] OLIVIERI, AURORA; DEL RÍO, ÁNGEL Y SIMÓN, JUAN JACOBO (2004). On monomial characters and central idempotents of rational group algebras. *Communications in Algebra*. V. 32, 1531-1550.
- [3] GAP - GROUPS, ALGORITHMS, PROGRAMMING - A SYSTEM FOR COMPUTATIONAL DISCRETE ALGEBRA (2013). <http://www.gap-system.org>. Version 4.6.5.
- [4] WEDDERGA - WEDDERBURN DECOMPOSITION OF GROUP ALGEBRAS -G.A.P. PACKAGE(2013). <http://www.gap-system.org/Packages/wedderga.html> Version 4.5.4.

^a Email: rfranquiz@usb.ve

^b Email: olivieri@usb.ve

Primos de la forma $x^n \pm 1$ en el anillo $\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$

Pedro Berrizbeitia^{1a}, Euro Lucena^{1b}

¹ Universidad Simón Bolívar

En [2], Pedro Berrizbeitia y Boris Iskra estudian la primalidad de la norma sobre \mathbb{Z} de $\alpha^n - 1$, donde $\alpha \in \mathbb{Z}[i]$ es un entero gaussiano o $\alpha \in \mathbb{Z}[\omega]$ es un entero de Eisenstein. En este trabajo estudiamos el problema análogo y un tanto más general en $\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$, es decir, estudiamos la primalidad de la norma $N_{\alpha,n} := (\alpha^n \pm 1)\sigma(\alpha^n \pm 1)$, donde α yace en $\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$ y $\sigma(\alpha)$ denota su conjugado. Se exhiben algunas propiedades análogas a las de los números de Fermat y Mersenne. Finalmente se muestra una lista de primos en la familia $\{N_{\alpha,n}\}$.

REFERENCIAS

- [1] BERRIZBEITIA, PEDRO. *Algoritmos Deterministas de Primalidad*. Escuela Venezolana de Matemáticas (2004).
- [2] BERRIZBEITIA, P. & ISKRA, B. *Gaussian Mersenne and Eisenstein Mersenne Primes*. *MATHEMATICS OF COMPUTATION* Vol. 79, Number 271 (2010).
- [3] IRELAND, K. & ROSEN, M. *A Classical Introduction to Modern Number Theory*. Springer. Second Edition (1992).

^a Email: pberrizbeitia@gmail.com

^b Email: euroid.86@gmail.com

NUEVO CRITERIO DE MONOGENICIDAD EN CUERPOS DE NÚMEROS

V́ctor Raḿrez^{1a}

¹ Universidad Simón Bolívar. Departamento de Matemáticas Puras y Aplicadas.

Sea \mathcal{K} un cuerpo de números y \mathcal{O} su anillo de enteros. Decimos que \mathcal{K} es un cuerpo monogénico si $\mathcal{O} = \mathbb{Z}[\alpha]$, para algún elemento α de \mathcal{O} . Un problema clásico de la teoría algebraica de números es determinar los cuerpos de números que son cuerpos monogénicos (véase [9, 10]). La monogenicidad de los cuerpos cuadráticos y ciclotómicos son ampliamente conocidas (véase Alaca S.,Williams K. [4, Teorema 5.4.2, p. 96], Narkiewicz [5, Teorema 2.20, p. 63 y Teorema 4.27, p. 160]). En este trabajo presentaré un criterio que permitirá establecer la monogenicidad de ciertos cuerpos de números. En particular, aplicaremos este criterio para brindar una nueva demostración de la monogenicidad de

todos los cuerpos cuadráticos y ciclotómicos. También usaremos este criterio para encontrar nuevos cuerpos monogénicos. En particular estableceremos la monogenicidad, desconocida hasta ahora, de ciertos cuerpos puros.

REFERENCIAS

- [1] Alan Baker. A comprehensive course in number theory, Cambridge University Press, (2012)
- [2] Gerald J. Janusz. Algebraic Number Fields, Pure and Applied Mathematics, Academic Press, New York, 1973
- [3] Murty, Esmonde. Problems in Algebraic Number Theory (Graduate Texts in Mathematics 190, Springer-Verlag, 2nd edn, 2004)
- [4] Alaca S., Williams K. Introductory algebraic number theory, Cambridge Univ. Press, (2004)
- [5] Narkiewicz, W. Elementary and Analytic Theory of Algebraic Numbers (3rd ed.). Springer-Verlag, (2004)
- [6] I. Kaplansky. Commutative Rings. Allyn and Bacon, 1970
- [7] D. A. Marcus. Number Fields. Springer-Verlag, 1977
- [8] Gaál, István. Diophantine equations and power integral bases, Birkhauser (Berlin), (2002)
- [9] A. Hameed, T. Nakahara, S. Muhammad Husnine, Shahzad Ahmad. On existence of canonical number system in certain classes of pure algebraic number fields, Journal of Prime Research in Mathematics Vol.7 (2011), 19-24
- [10] M. E. Charkani and O. Lahlou. On Dedekind's criterion and monogenicity over Dedekind rings, International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences Vol. 71 (2003), 4455-4464

^a Email: ramirezv@usb.ve

Sucesiones Fibocuatricas en Rithmomachia

Tomás Guardia^{1a}, Douglas Jiménez^{2b}

¹ Centro de Geometría. Escuela de Matemática. Facultad de Ciencias. Universidad Central de Venezuela.

² Sección de Matemática, Universidad Nacional Experimental Politécnica "Antonio José de Sucre", Vicerrectorado de Barquisimeto.

Rithmomachia es un juego de estrategia numérico que tuvo su apogeo en la edad media. Es una batalla entre números que están dispuestos entre fichas redondas, triangulares y cuadradas y una pirámide. La disposición numérica en Rithmomachia se hace de acuerdo a una clasificación de los números que propuso Boecio en *De Arithmetica*. Hemos encontrado, que la clasificación boeciana de las piezas en el tablero, se genera con un patrón de recurrencia, en donde están involucrados los números de la sucesión de Fibonacci. Más aún, ambos ejércitos numéricos están ordenados en sucesiones cuadráticas de Fibonacci con la propiedad de convergencia al número de oro φ del cociente de dos términos consecutivos. También veremos cómo las sucesiones fibocuatricas dan una generalización natural de la identidad de Cassini.

REFERENCIAS

- [1] Boecio, Anicio Manlio Severino *De Institutione Arithmetica*.
- [2] de Boissière, Claude *Les très excellent et ancien Jeu Pythagorique, dit Rithmomachie... pour obtenir vraye et prompte habitude en tout nombre et proportion* Bibliothèque nationale de France, Vol **2143**, No **2**. Paris, 1556.
- [3] Jiménez, Douglas φ : el número de oro o razón áurea preprint.
- [4] Moyer, Ann Elizabeth *The Philosophers' Game Rithmomachia in Medieval and Renaissance Europe* The University of Michigan Press. 2001.
- [5] Smith, David Eugene and Eaton, Clara *Rithmomachia, The Great Medieval Number Game* The American Mathematical Monthly, Vol **18**, No **4**. Pag 73-80, 1911.

^a Email: tomas.guardia@ciens.ucv.ve

^b Email: douglas.jimenez@ciens.ucv.ve

Períodos mínimos de Lefschetz para aplicaciones casi-unipotentes sobre el toro n -dimensional

Pedro Berrizbeitia^{1a}, Marcos J. González^{1b}, Alberto Mendoza^{1c}, Victor Sirvent^{1d}

¹ Universidad Simón Bolívar

La charla se presenta en el contexto de aplicaciones de la teoría de números al estudio de sistemas dinámicos discretos definidos en el toro n -dimensional y generados por una aplicación casi-unipotente. Sea M una variedad de dimensión n y sea $f: M \rightarrow M$ una aplicación continua. Denotemos por f_{*k} a la aplicación lineal inducida por el k -ésimo funtor de homología, con coeficientes racionales. Entonces, f es *casi-unipotente* si los autovalores de f_{*k} son todos raíces de la unidad, para $0 \leq k \leq n$. Recientemente, en [1], se estableció lo siguiente: Sea p un primo impar y $n = p - 1$. Sea $f: \mathbb{T}^n \rightarrow \mathbb{T}^n$ una aplicación casi-unipotente, tal que $\det(tI - f_{*1})$ es el p -ésimo polinomio ciclotómico $\Phi_p(t)$. Entonces, la función zeta de Lefschetz $\zeta_f(t) = (1 - t^p)(1 - t)^{-p}$. Esto permite calcular los períodos mínimos de Lefschetz para tales f . En la charla se presentará una generalización para el caso en que n es de la forma $\varphi(m)$, con m un número impar, donde $\varphi(m)$ es la función de Euler de m , y el polinomio característico $\det(tI - f_{*1})$ es el n -ésimo polinomio ciclotómico.

REFERENCIAS

[1] P. Berrizbeitia, V. Sirvent, On the Lefschetz zeta function for quasiunipotent maps on the n -dimensional torus, *J. of Difference Eq. and Appl.*, 20, 7 (2014), 961–972.

^a Email: pedrob@usb.ve

^b Email: mago@usb.ve

^c Email: jacob@usb.ve

^d Email: vsirvent@usb.ve

Formas Cuadráticas que representan al p -ésimo número de Fibonacci

Pedro Berrizbeitia^{1a}, Alberto Mendoza^{1b}, Florian Luca^{2c}

¹ Universidad Simón Bolívar

² University of the Witwatersrand, South Africa

F_n denota el n -ésimo número de Fibonacci. Es decir que $F_1 = 1$; $F_2 = 1$ y $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ para todo $n > 2$. El problema de representar números de Fibonacci por formas cuadráticas tiene una historia relativamente larga. Ver [4] y [3]. En una publicación reciente, ?, los autores mostraron que para todo primo $p \equiv 1 \pmod{4}$, existen enteros a y b tales que $F_p = a^2 + pb^2$. El resultado fue descubierto de modo experimental por los autores de [2], y la demostración resultó ser una curiosa aplicación de la Teoría de Galois y de las propiedades de las normas en Cuerpos de Números. Hemos extendido la metodología desarrollada en [1] y obtenido el siguiente resultado: i) Para todo primo $p \equiv -1 \pmod{4}$, existen enteros u y v tales que $4F_p = 5u^2 + pb^2$. ii) Para todo primo $p \equiv 1 \pmod{4}$, existen infinitos pares de enteros u y v tales que $4F_p = u^2 - pv^2$.

REFERENCIAS

[1] J. J. Alba González, P. Berrizbeitia and F. Luca, "On the formula $F_p = u^2 + pv^2$ ", *Internat. J. Number Theory* **11** (2015), 185–191.

- [2] J. J. Alba González and F. Luca, “On the positive integers n satisfying the equation $F_n = x^2 + ny^2$ ”, *Diophantine Methods, Lattices, and Arithmetic Theory of Quadratic Forms, Contemporary Mathematics*, Vol. 587 (American Mathematical Society, Providence, RI, 2013), pp. 95–109.
- [3] C. Ballot and F. Luca, “On the equation $x^2 + dy^2 = F_n$ ”, *Acta Arith.* **127** (2007), 145–155.
- [4] E. Lucas, “Théorie des fonctions numériques simplement périodiques”, *Amer. J. Math.* **1** (1878), 184–240, 289–321.

^a Email: pedrob@usb.ve

^b Email: jacob@usb.ve

^c Email: florian.luca@wits.ac.za

Sesión
Análisis

Teorema de tipo Bernstein-Doetsch con errores de tipo Tabor para multifunciones fuertemente y aproximadamente convexas.

A. Gilanyi^{1a}, K. Nikodem^{2c}, Z. Páles^{1b}, C. González^{3d}

¹ Universidad de Debrecen, Hungría.

² Universidad de Bielsko-Biala, Polonia.

³ Universidad Central de Venezuela.

Sean X, Y dos espacios topológicos lineales y sea $D \subseteq X$ un subconjunto convexo. Dada una multifunción $F : D \rightarrow n(Y)$ que satisface la inclusión de tipo Jensen

$$\frac{F(x) + F(y)}{2} + A(x - y) \subseteq \overline{\left(F\left(\frac{x + y}{2}\right) + B(x - y) \right)}, \quad (x, y \in D)$$

donde, $A(\cdot)$ y $B(\cdot)$ son multifunciones definidas en $D - D$. En este trabajo se dan condiciones adicionales de regularidad sobre las multifunciones A, B y F para que

$$tF(x) + (1 - t)F(y) + A^\perp(t, x - y) \subseteq \overline{\left(F(tx + (1 - t)y) + B^\perp(t, x - y) \right)}.$$

para todo $x, y \in D$ y para todo $t \in [0, 1]$, donde

$$A^\perp(t, u) = \bigcup_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n 2 \operatorname{dist}(2^k t, \mathbb{Z}) A\left(\frac{u}{2^k}\right), \quad u \in D - D, t \in [0, 1]$$

REFERENCIAS

- [1] C. González, K. Nikodem, Zs. Páles, and G. Roa. Bernstein-doetsch type theorems for set-valued maps of strongly and approximately convex and concave type. *Publ. Math. Debrecen*, 84(1-2):229–252, 2014.
- [2] Ja. Tabor and J. Tabor, *Generalized approximate midconvexity*, *Control Cybernet.* **38** (2009), no. 3, 655–669. MR2650358 (2011f:52002)

^a Email: gilanyi.attila@inf.unideb.hu

^b Email: pales@science.unideb.hu

^c Email: knikodem@ath.bielsko.pl

^d Email: carlosl.gonzalez@ciens.ucv.ve

Relación entre las propiedades de medibilidad y acotación de núcleos indefinidos

Ramón Bruzual^{1a}

¹ Escuela de Matemática, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela

Usando técnicas básicas de álgebra lineal se puede demostrar que todo núcleo de Toeplitz generalizado definido positivo es acotado.

La situación es completamente diferente si se supone que el núcleo tiene una cantidad finita de cuadrados negativos. Es posible dar ejemplos de este tipo de núcleos que ni siquiera son localmente acotados.

Z. Sasvári [1] demostró que si un núcleo de Toeplitz con dominio un rectángulo tiene una cantidad finita de cuadrados negativos y es medible, entonces es localmente acotado.

En este trabajo se ilustra, a través de algunos ejemplos, la necesidad de la hipótesis de medibilidad y se presentan generalizaciones del resultado de Sasvári a núcleos de Toeplitz generalizados (ver [2]).

Además se presenta con cuidado la relación entre la medibilidad y la acotación.

REFERENCIAS

- [1] Z. SASVÁRI, On measurable functions with a finite number of negative squares, *Acta Sci. Math.* **50** (1986), 359-363.
 [2] R. BRUZUAL, M. DOMÍNGUEZ Y B. LORA, Representation of generalized Toeplitz kernels with a finite number of negative squares. *Acta Sci. Math.* **78**, (2012), 111-128.

^a Email: ramon.bruzual@ciens.ucv.ve, ramonbruzual.ucv@gmail.com

LA NORMA Y LA NORMA ESENCIAL DEL OPERADOR DE COMPOSICIÓN CON PESO ACTUANDO SOBRE LOS ESPACIOS H_v^∞

Julio C. Ramos Fernández^{1a}

¹ Departamento de Matemáticas, Universidad de Oriente

El objetivo de esta charla es usar propiedades conocidas del *peso asociado* para dar nuevas caracterizaciones de la continuidad y la compacidad del *Operador de Composición con Peso* actuando entre espacios de crecimientos de funciones analíticas. También se da una nueva estimación de la norma esencial de este operador en términos de la composición con ciertas funciones especiales en estos espacios. Más precisamente, se dan los detalles de los resultados que aparecen en [3]. Como consecuencias importantes, se obtienen un gran número de resultados recientes del autor de la charla con sus colaboradores, y, en particular, se extiende un resultado clásico de Montes-Rodríguez [2] y de Contreras y Hernández-Díaz en [1].

REFERENCIAS

- [1] M. Contreras and A. Hernández-Díaz. Weighted composition operators in weighted Banach spaces of analytic functions, *J. Austral. Math. Soc. Ser. A*, **69** (2000), 41–60.
 [2] A. Montes-Rodríguez. Weighted composition operators on weighted Banach spaces of analytic functions, *J. London Math. Soc.* (2) **61** (2000), 872-884.
 [3] J. C. Ramos Fernández. On the norm and the essential norm of weighted composition operators acting on the weighted Banach space of analytic functions, *Submitted for approval*.

^a Email: jcramos@udo.edu.ve

ESTIMACIÓN DE LA NORMA ESENCIAL DEL OPERADOR DE COMPOSICIÓN CON PESO EN EL ESPACIO DE BLOCH LOGARÍTMICO

María T. Malavé-Ramírez^{1a}, Julio C. Ramos-Fernández^{1b}

¹ Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre Cumaná

Se hace una estimación de la norma esencial del operador de composición con peso $W_{u,\varphi}$, actuando en el espacio de Bloch logarítmico

$$\mathcal{B}^{v_{\log}} := \left\{ f \in H(\mathbb{D}) : \sup_{z \in \mathbb{D}} (1 - |z|) \log \left(\frac{2}{1 - |z|} \right) |f'(z)| < \infty \right\},$$

donde $H(\mathbb{D})$ denota el espacio de las funciones holomorfas en el disco unitario \mathbb{D} ; en términos de la n -ésima potencia de la función analítica φ y la norma de la n -ésima potencia de la función identidad. También, se estima la norma esencial del operador de composición con peso de $\mathcal{B}^{v_{\log}}$ sobre el espacio de crecimiento $H_{v_{\log}}^{\infty}$. Como consecuencia de estos resultados, se estima la norma esencial del operador de composición C_{φ} actuando en el espacio de Zygmund logarítmico.

REFERENCIAS

[1] Malavé-Ramírez, María T.; Ramos-Fernández, Julio C. Essential norm estimates for weighted Composition Operator on the Logarithmic Bloch space. (<http://arxiv.org/abs/1409.3281>)

^a Email: mtmalave@udo.edu.ve

^b Email: jcramos@udo.edu.ve

Operadores quasi-Totalmente Hereditariamente Normaloides

P. Aiena^{1a}, J. Guillén^{2b}, Pedro Peña^{3c}

¹ Universidad de Palermo-Italia

² ULA. Facultad de Ciencias

³ ULA. Dpto. de Física y Matemáticas

En este trabajo se introduce por primera vez la clase de los operadores quasi totalmente hereditariamente normaloides ($Q\mathcal{TH}\mathcal{N}$), los cuales representan una clase que contiene propiamente a los operadores totalmente hereditariamente normaloides introducidos por Duggal en 2004 (ver [4]). Dicha clase, es una generalización de una amplia colección de operadores que han sido estudiada por varios autores por medio de la teoría espectral local (ver [3], [4] y [5]). Además, se mostrará la relación de los operadores $Q\mathcal{TH}\mathcal{N}$ con los operadores polaroides.

REFERENCIAS

[1] Aiena P. Fredholm and local spectral theory, with application to multipliers. *Kluwer Acad. Publishers* (2004).

[2] Aiena P. Algebracally paranormal operators on Banach spaces. *J. Math. Anal* Vol. 7, (2013) 136–145.

[3] Curto R., Han Y. Weyl's theorem for algebraically paranormal operators. *Integral Equa. Oper. Theory* Vol. 47, (2003) 307–314.

[4] Duggal B. Weyl's theorem for totally hereditarily normaloid operators. *Rend. Circ. Math. Palermo* Vol. LIII, (2004) 417–428.

[5] Duggal B., Djorjevic S. Generalized Weyl's theorem for a class of operators satisfying a norm condition. *Math. Proc. Royal Irish Acad.* Vol. **104**, (2004) 75–81.

^a Email: paiena@unipa.it

^b Email: rguillen@ula.ve

^c Email: pedrop@ula.ve

Dilatación unitaria de semigrupos locales de contracciones , con parámetro en el producto cartesiano de un grupo abeliano, con un subsemigrupo aditivo de los números reales.

Ángel Padilla^{1a}

¹ Escuela de Matemática, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela

El estudio de las dilataciones y extensiones de semigrupos locales de contracciones, de semigrupos locales de isometrías y de familias multiplicativas de isometrías ha mostrado ser una herramienta útil en el estudio de distintos problemas de teoría de operadores, análisis armónico y teoría de interpolación.

En [1] se da una definición de semigrupo local de contracciones, y se demuestra que todo semigrupo local de contracciones en un espacio de Hilbert puede ser extendido a un semigrupo de contracciones en el mismo espacio de Hilbert y, en consecuencia, posee una dilatación unitaria en un espacio de Hilbert más grande. Esta demostración se basa en la construcción del generador infinitesimal del semigrupo local.

Extendiendo la definición dada en [1] y usando técnicas de discretización del parámetro se demuestra que todo semigrupo local de contracciones, fuertemente continuo en un espacio de Hilbert separable, con parámetro en el producto cartesiano de un grupo abeliano, con un subsemigrupo aditivo de los números reales posee una dilatación unitaria. Para la demostración se usarán técnicas geométricas que no requieran pasar por la construcción del generador infinitesimal del semigrupo.

REFERENCIAS

- [1] R. Bruzual, Local semigroups of contractions and some applications to Fourier representation theorems. *Int. Eq. and Op. Theory*, 10 (1987), 780-801.
- [2] R. Bruzual, M. Domínguez y A. Padilla, Dilatación unitaria de semigrupos locales de contracciones. *Acta Científica Venezolana*. 62, No. 1-2 (2011), 42-44.
- [3] R. Bruzual, M. Domínguez and A. Padilla, On Dilation of Local Semigroups of Contractions and some Applications. *Extracta Mathematicae*. 27, No. 2 (2012), 163-173.

^a Email: angel.padilla@ciens.ucv.ve

Heredabilidad de propiedades espectrales

Carlos R. Carpintero F.^{1a}

¹ Universidad de Oriente. Departamento de Matemática. Núcleo de Sucre

Si T es un operador lineal acotado que actúa sobre algún espacio de Banach X , y T admite una extensión lineal acotada \bar{T} que actúa sobre otro espacio de Banach Y . En general, casi nada puede decirse con respecto a las relaciones entre las propiedades espectrales de T y \bar{T} . En este trabajo, se encuentran condiciones bajo las cuales un gran número de propiedades espectrales, introducidas recientemente, se transmiten o heredan del operador T a \bar{T} y viceversa [1].

REFERENCIAS

[1] C. Carpintero, E. Rosas, J. Rodriguez, J. Sanabria y O. García. On spectral properties and extensions of bounded linear operators. Submitido a la revista *Mathematica Bohemica*. (2015).

^a Email: carpintero.carlos@gmail.com

CONDICIONES DE EXISTENCIA DE LA TRANSFORMADA DE HANKEL-KONTOROVICH-LEBEDEV

Wilmer L. Arzolay A.^{1a}

¹ Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre Cumaná

Una transformación integral viene caracterizada por los núcleos y los intervalos de integración de las formulas que la definen. Así por ejemplo, en [1], se estudian transformadas del tipo índice cuyos núcleos son funciones de Bessel de primera y tercera especie. En [2], encontramos la transformación de Kontorovich-Lebedev, en cuyo núcleo aparece la función de Macdonald. Asimismo, en [3] se investiga el par integral

$$(\mathcal{J}f)(v) = F(v) = \int_0^\infty H_v^{(2)}(x)f(x)dx, \quad (1)$$

$$(\mathcal{J}^{-1}F)(v) = f(x) = -\frac{1}{2x} \int_{-i\infty}^{i\infty} v \mathcal{J}_v(x)F(v)dv, \quad (2)$$

donde, $H_v^{(2)}$ es la función de Hankel. En la disertación [4] se estudia una variante del par (1) y (2) y se analiza en espacios funcionales generalizados. En esta charla se examinan las condiciones bajo las cuales estas transformadas integrales y sus variantes existen, observándose algunas condiciones de variación acotada.

REFERENCIAS

[1] M. I. Kontorovich and N. N. Lebedev., *On a method of solution of some problems of the diffraction theory*, Zh. Exp. i teor. Fiz., 8(1938), 1192-1206.

[2] N. N. Lebedev, *Sur une formule d'inversion*, Dokl. Acad. Nauk. SSSR, 52(1946), 655-658.

[3] D. S. Jones, *The Kontorovich-Lebedev Transform*, J. Inst. Maths. Applics, 26(1980), 133-141.

[4] Y. E. Gutiérrez., *La transformación distribucional integral de Kontorovich-Lebedev y sus aplicaciones*, Tesis Doctoral, Universidad de la Laguna, España, 2007.

^a Email: zzwilmeyer@gmail.com

Algunas relaciones espectrales de operadores normales

Luis Berbesí ^{1a}

¹ Universidad de Los Andes. Departamento de Física y Matemáticas.

Los operadores normales definidos en espacios de Hilbert representan la generalización de las matrices diagonalizables en dimensión finita. Estos operadores son de gran utilidad práctica en análisis funcional y en la teoría espectral (ver [2] y [4]). Además, son importantes puesto que constituyen la base matemática de la mecánica cuántica. En este trabajo se presentan algunas características espectrales de los operadores normales relacionados con el espectro sobreectivo, el espectro periférico y el espectro aproximado puntual (ver [3]).

REFERENCIAS

- [1] Aiena, P. Fredholm and Local Spectral Theory with Application to Multipliers. *Kluwer Acad. Publ.* (2004).
 [2] Debnath, L. y Mikusinski, P. Introduction to Hilbert Spaces with Applications. San Diego, EEUU: *Elsevier Academic Press.* (2005).
 [3] Duggal, B. Hereditarily Normaloid Operators. *Ext. Math.*, vol. **20**, (2005) 203–217.
 [4] Furuta, T. Invitation to Linear Operators. Londres, Inglaterra: *Taylor y Francis.* (2002).

^a Email: lberbesi@ula.ve

Acerca de núcleos regulares aproximadamente Toeplitz y problemas relacionados

Marisela Domínguez^{1a}

¹ Universidad Central de Venezuela

Denotemos por \mathcal{E}_o al espacio de las sucesiones $\{a_n\}_{n \in \mathbb{Z}} \subset \mathbb{C}$ con soporte finito. Para $n \in \mathbb{Z}$ sea δ^n el elemento de \mathcal{E}_o definido por

$$\delta_m^n = \begin{cases} 1 & \text{si } m = n, \\ 0 & \text{si } m \neq n. \end{cases}$$

Sea $K : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$ un núcleo definido positivo. Para $a = \{a_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ y $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ en \mathcal{E}_o se define

$$\langle a, b \rangle_K = \sum_{m, n \in \mathbb{Z}} K(n, m) a_m \bar{b}_n.$$

Se tiene que $\langle \cdot, \cdot \rangle_K$ es una forma sesquilineal definida positiva en \mathcal{E}_o . Pasando a un cociente y completando se obtiene un espacio de Hilbert que se denotará por \mathcal{H}_K .

La clase de equivalencia del elemento $\delta^{(n)}$ se denotará por $[\delta^{(n)}]_K$.

Para $j \in \mathbb{Z}$, sea \mathcal{H}_K^j el subespacio cerrado de \mathcal{H}_K generado por los elementos de la forma $[\delta^{(n)}]_K$ con $n \leq j$, es decir

$$\mathcal{H}_K^j = \overline{\text{span}} \left\{ [\delta^{(n)}]_K : n \leq j \right\}.$$

Se dirá que el núcleo K es *regular* si

$$\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} \mathcal{H}_K^j = \{0\}.$$

En este trabajo se demuestra que si $K : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$ es un núcleo definido positivo, entonces K es regular y equivalente a un núcleo de Toeplitz definido positivo si y sólo existe una sucesión $\{a_n\}_{n=0}^{+\infty} \in \ell^2(\mathbb{N})$ y una base de Riesz $\{v_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ de \mathcal{H}_K tales que

$$[\delta^{(n)}]_K = \sum_{j=0}^{+\infty} a_j v_{n-j}$$

y

$$\mathcal{H}_K^j = \overline{\text{span}} \{v_n : n \leq j\} \quad \text{para todo } j \in \mathbb{Z}.$$

Adicionalmente se dan aplicaciones para representación de procesos estocásticos.

REFERENCIAS

- [1] R. BRUZUAL, A. DE LA BARRERA, M. DOMÍNGUEZ, On positive definite kernels, related problems and applications. Por aparecer en *Extracta Mathematicae*.
- [2] G. STRANDELL, Stationary in Hilbert spaces, U.U.D.M. Report 2001:31, ISSN 1101-3591, Department of Mathematics, Uppsala University, 2001.
- [3] B. SZ. NAGY, C. FOIAS, Harmonic analysis of operators on Hilbert space, North Holland Publishing Co. 1970.

^a Email: marisela.dominguez@ciens.ucv.ve, dominguez.math@gmail.com

Sobre el Acotamiento y la Compacidad del Operador de Composición Con Peso modificado en el espacio $\Lambda_{\varphi,w}$

Rainier V. Sánchez C.^{1a}

¹ Universidad Politécnica Territorial del Oeste de Sucre Clodosbaldo Russian, Departamento de Electricidad

Sean (X, \mathcal{A}, μ) un espacio de medida σ -finito, $\mathcal{F}(X, \mathcal{A})$ el conjunto de todas las funciones con valores complejos \mathcal{A} -medibles sobre X y $f \in \mathcal{F}(X, \mathcal{A})$. Para $\lambda \geq 0$, se define la función distribución de f , por $D_f(\lambda) = \mu \{x \in X : |f(x)| > \lambda\}$. Para $t \geq 0$, se define el reordenamiento decreciente de f , por $f^*(t) = \inf \{\lambda > 0 : D_f(\lambda) \leq t\}$. Para $t > 0$, se define $f^{**}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t f^*(s) ds$. Si φ es una función de Young y w un peso, se define el espacio $\Lambda_{\varphi,w}$ como el conjunto de todas las funciones $f \in \mathcal{F}(X, \mathcal{A})$ tales que $\int_0^\infty \varphi(\lambda f^{**}(t)) w(t) dt < \infty$, para algún $\lambda > 0$. Para $f \in \mathcal{F}(X, \mathcal{A})$ se define, la norma de Luxemburg, $\|\hat{A} \cdot\|_{\Lambda_{\varphi,w}} : \mathcal{F}(X, \mathcal{A}) \rightarrow [0, \infty)$ por $\|f\|_{\Lambda_{\varphi,w}} = \inf \left\{ \lambda > 0 : \int_0^\infty \varphi \left(\frac{f^{**}(t)}{\lambda} \right) w(t) dt \right\}$. Definimos la transformación lineal $W_{u,T}$, como sigue: $W_{u,T} : \Lambda_{\varphi,w} \rightarrow \mathcal{F}(X, \mathcal{A})$, tal que $W_{u,T}(f) = u \circ T \hat{A} \cdot f \circ T$ donde, $W_{u,T}(f) : X \rightarrow \mathbb{C}$ y $(W_{u,T}(f))(x) = u(T(x)) \hat{A} \cdot f(T(x))$. En esta charla se caracteriza el acotamiento y la compacidad del operador de composición con peso modificado en $\Lambda_{\varphi,w}$.

REFERENCIAS

- [1] S. C. Arora, G. Datt and S. Verma, Composition Operators on Lorentz Spaces, *Bull. Aust. Math. Soc.*, 76 (2) (2007), 205-214.
- [2] S. C. Arora, G. Datt and S. Verma, Weighted Composition Operators on Lorentz Spaces, *Bull. Korean. Math. Soc.*, 44 (2007), No. 4, 701-708.

^a Email: rainiersan76@gmail.com

La Propiedad (gb) a través de la Teoría Espectral Local

P. Aiena^{1a}, J. Guillén^{2b}, P. Peña^{3c}

¹ Universidad de Palermo-Italia

² ULA. Facultad de Ciencias

³ ULA. Dpto. de Física y Matemáticas

La propiedad (b) para operadores lineales y continuos sobre espacios de Banach X fue introducida por Berkani y Zariuoh en 2010 (ver [5] y [6]). Esta propiedad puede considerarse como una versión más fuertes de los clásicos Teoremas de a -Browder. En este trabajo consideramos una variante más fuerte que la propiedad (b) , la cual es llamada la Propiedad (gb) , también introducida en [5] y [6], y estudiadas más recientemente en [2] y [4]. En este trabajo, mostraremos que esta propiedad puede ser caracterizada por medio de herramientas típicas de la Teoría Espectral Local. En particular, demostramos que la Propiedad (gb) para T es cierta si y sólo si el dual de T^* tiene SVEP para los puntos de $\Delta_a^s(T)$, donde $\Delta_a^s(T)$ denota el conjunto de todos los puntos λ del espectro aproximado puntual para el cual $\lambda I - T$ es upper semi B -Weyl (en el sentido de [3]), lo cual es equivalente a decir que todos los puntos de $\Delta_a^s(T)$ son puntos aislados del espectro. Además, la Propiedad (gb) para T puede ser caracterizada a través del Core analítico $K(\lambda I - T)$, para valores de λ en $\Delta_a^s(T)$. También mostraremos que una amplia cantidad de operadores T satisfacen La Propiedad (gb) y por último estudiaremos la estabilidad de esta propiedad bajo algunas perturbaciones que conmutan con T .

REFERENCIAS

- [1] P. Aiena: Fredholm and local spectral theory, with application to multipliers. *Kluwer Acad. Publishers* (2004).
- [2] P. Aiena, J. Guillén, P. Peña: Localized SVEP, property(b) and property (ab),. *Mediterranean Journal of Mathematics* Vol. **10**, (2013) 1965–1978.
- [3] M. Berkani, M. Sarıh: On semi B-Fredholm operators. *Glasgow Mathematics Journal* Vol. **43**, No.4 (2001) 457–465.
- [4] M. Berkani, M. Sarıh, H. Zariuoh: Browder-type theorems and SVEP. *Mediterranean Journal of Mathematics* Vol. **8**, No.4 (2011) 399–409.
- [5] M. Berkani, H. Zariuoh. Extended Weyl type Theorems. *Mathematica Bohemica* Vol. **134**, No. 4 (2009) 369–378.
- [6] M. Berkani, H. Zariuoh. New extended Weyl type Theorems. *Mat. vesnik* Vol. **62**, No. 2 (2010) 145–154.

^a Email: paiena@unipa.it

^b Email: rguillen@ula.ve

^c Email: pedrop@ula.ve

OPERADORES UNIFORMEMENTE ESTABLES Y APLICACIONES

EDIXO ROSALES^{1a}

¹ UNIVERSIDAD DEL ZULIA

Este trabajo estudia operadores uniformemente estables y condiciones para que ellos tengan subespacios invariantes. Se prueba principalmente el siguiente resultado:

Si X es un espacio de Banach y $T \in \mathbf{B}(X)$ es un operador uniformemente estable no nulo, entonces existe una familia de operadores compactos $\{S_{x_0} : X \rightarrow l_2(\mathbf{Z}_+)\}_{x_0 \in X^*}$, tales que $S_{x_0} \circ T = W^* \circ$

$S_{x_0}, \forall x_0 \in \mathbf{X}^*$, donde W^* es el adjunto de un operador de desplazamiento de multiplicidad uno. Además T tiene un subespacio invariante no trivial, si y sólo si, $\ker S_{x_0} \neq \{0\}$ para algún $x_0 \neq 0$. Finalmente si T no es escalar, ni nilpotente y el rango de S_{x_0} no es denso para algún $x_0 \neq 0$; entonces T' tiene un subespacio hiperinvariante no trivial.

REFERENCIAS

- [1] P. Aiena. Fredholm and Local Spectral Theory, with Applications to Multipliers. *Dipartimento di Matematica ed Applicazioni*. Palermo (Italy).
- [2] Bachman G. and Narici L. Functional Analysis. *Academic Press*. New York and London . 1966.
- [3] Jaime Bravo: Relations between $latT$, $latT^{-1}$, $latT^2$ and operators with compact imaginary parts. *Ph. D. Dissertation*. University of California Berkeley (1980).
- [4] Jaime Bravo; Operadores casinilpotentes y subespacios invariantes. *Departamento de Matemáticas. Facultad Experimental de Ciencias*. LUZ. 2007.
- [5] C. Kubrusly: Hilbert Space Operators. A Problem Solvind Approach. *Birkhauser*. Boston. 2008.

^a Email: edixorosales@gmail.com

UN TEOREMA DE PUNTO FIJO EN COMÚN PARA UN PAR DE APLICACIONES.

Wilmer Barrera^{1a}

¹ Universidad de los Andes. Nucleo Universitario "Rafael Rangel". Departamento de Física y Matemática, Trujillo.

En el año 1976, G. Jungck [2] introdujo el siguiente resultado sobre la teoría métrica del punto fijo: "Sean (X, d) un espacio métrico completo y $f, g : X \rightarrow X$ dos aplicaciones que satisfacen:

1. $g(X) \subseteq f(X)$.
2. f es continua.
3. Existe $\alpha \in [0, 1)$ tal que, $d(g(x), g(y)) \leq \alpha \cdot d(f(x), f(y))$, para todo $x, y \in X$.
4. f conmuta con g ; es decir, $f(g(x)) = g(f(x))$ para todo $x \in X$.

Entonces existe un único $z \in X$, tal que $f(z) = z = g(z)$ ".

El propósito de esta ponencia es dar a conocer un teorema que generaliza el resultado anterior, manteniendo el espacio métrico, eliminando tanto la completitud del espacio como la contención entre los rangos, debilitando la condición de continuidad y conmutatividad a través de las nociones de aplicaciones recíprocamente continuas (ver [4]) y aplicaciones débilmente compatibles (ver [3]), respectivamente. También se trabajará con un nuevo tipo de contracción que hemos llamado contracción de Jungck generalizada en el cual se utilizan las funciones que alteran distancia, cuyo conjunto es denotado por Ψ . Una nueva propiedad conocida como propiedad E.A. (ver [1]), es usada. A continuación enunciamos el teorema que enmarca esta ponencia.

Teorema. Sean (X, d) un espacio métrico, $f, g : X \rightarrow X$ dos aplicaciones y $\psi \in \Psi$, tales que:

1. f y g son recíprocamente continuas.
2. (f, g) satisface la contracción de Jungck generalizada.
3. f y g satisfacen la propiedad E.A., además son débilmente compatibles.

Entonces existe un único $z \in X$, tal que $f(z) = z = g(z)$.

REFERENCIAS

- [1] M. Aamri & D. El Moutawakil. (2002). Some new common fixed point theorems under strict contractive conditions. *J. Math. Anal. Appl.* 270, 181-188.
- [2] G. Jungck. (1976). Commuting mappings and fixed points. *Amer. Math. Monthly*, 83, 261-263.
- [3] G. Jungck & B. E. Rhoades. (1998). Fixed points for set valued functions without continuity. *Indian J. Pure. Appl. Math.*, 29, 227-238.
- [4] R. P. Pant. (1999). A common fixed point theorem under a new condition. *Indian J. Pure Appl. Math.*, 30(2), 147-152.

^a Email: wilmermatema@hotmail.com, wilmereb@ula.ve

Teorema tipo Bocher para funciones definidas positivas a valores en un módulo de Hilbert

K. Aguiar^{1a}

¹ Universidad Central de Venezuela

Sean G un grupo abeliano localmente compacto, E un módulo de Hilbert autodual y $f : G \rightarrow B^*(E)$ una función definida positiva. Se dan condiciones para la existencia de una medida positiva y regular $\Sigma : \mathbb{B}(\widehat{G}) \rightarrow B^*(E)$ tal que

$$f(s) = \int_{\widehat{G}} \overline{(s, \gamma)} d\Sigma(\gamma), \quad (3)$$

donde $\mathbb{B}(\widehat{G})$ denota los borelianos del grupo dual de G y $B^*(E)$ el conjunto de los operadores lineales y acotados adjuntables definidos en E .

REFERENCIAS

- [1] P. Falb. *On a theorem of Bochner*. *Publications mathématiques de L'Institut des Hautes Études Scientifiques*, tome 36(1969), p. 56-67.
- [2] Y. Kakihara *On a Hilbert module over an operator algebra and its application to harmonic analysis*. *Kodai Math. J.* 6, 289-300 (1983).
- [3] E.C. Lance *Hilbert C^* -modules a toolkit for operator algebraists*. Cambridge University Press (1995).

^a Email: kenyer.aguiar@ciens.ucv.ve

Sesión

Análisis Numérico y Cómputo Científico

Análisis Numérico y Cómputo Científico en el salón de clase vía Python usando la carpeta de notas IPython (IPython Notebook)

Sergio Rojas^{1a}

¹ Departamento de Física, Universidad Simón Bolívar

Python[1] es un lenguaje de programación multi-paradigma que por satisfacer las exigencias de un lenguaje de programación moderno (como programación en funciones y orientada a objeto) ha ganado mucha popularidad en los últimos años en el medio de la computación científica, gracias a que se han incorporado al mismo módulos que facilitan la tarea de cómputo científico tales como SciPy[2] (que incorpora prácticamente bibliotecas en todas las áreas que abarca el cómputo numérico) y Matplotlib[3] (para satisfacer las necesidades de visualización) y muchos más [4].

En ese desarrollo, también se han incorporado a Python ambientes de programación que hacen más amigable y eficiente la tarea de programar. Uno de tales ambientes es la consola IPython [5], que se ha extendido en la forma de una libreta de notas (IPython Notebook [6]) para integrar en un navegador de internet, no solo el ambiente de programación Python, sino también texto o notas asociados a los cálculos que se realizan.

En esta presentación estaremos conversando sobre cómo enriquecer las clases de cómputo numérico con el IPython Notebook, y como ejemplo ilustrativo estaremos abordando el tema de presentación obligatoria en cualquier curso introductorio del cómputo científico, como lo es el tema de regresión (o ajuste de curvas), pero desde el punto de vista del aprendizaje de autómatas o máquinas (Machine Learning [7]).

REFERENCIAS

- [1] <https://www.python.org/>
- [2] <http://www.scipy.org/>
- [3] <http://matplotlib.org/>
- [4] <https://docs.python.org/3/py-modindex.html>
- [5] <http://ipython.org/>
- [6] <http://ipython.org/notebook.html>
- [7] A. Ethem (2014) Introduction to Machine Learning, 3erd. Edition, MIT PRESS.

^a Email: srojas@usb.ve

Una variante para la escalarización de la regularización proximal logarítmica-cuadrática para programación multiobjetivo

Rómulo Castillo^{1a}, Clavel Quintana^{2b}

¹ Centro de Engenharia da Mobilidade, Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Joinville, Brazil.

² Department of Operations Research, Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, Barquisimeto, Venezuela.

Consideramos el método de punto proximal para resolver problemas de programación multiobjetivo sin restricciones, basados en una familia de funciones convexas reales definidas en el ortante positivo, que incluye la variante de la regularización logarítmica cuadrática introducida recientemente en [7]. Adicionalmente mostramos una familia de representaciones escalares basadas en funciones convexas 0-coercivas, en particular, una de estas representaciones junto con una variante de la regularización logarítmica cuadrática presenta mejores resultados numéricos, en algunos problemas considerados, en comparación con otras representaciones escalares existentes.

Palabras claves: Programación multiobjetivo, método de punto proximal, representación escalar.

REFERENCIAS

- [1] H. Bonnel, A. Iusem y B. Svaiter. *Proximal methods in vector optimization*. SIAM, Journal Optimization, No. 4, pp. 953-970, 2005.
- [2] Chinculuun, A., Migdalas, A., Pardalos, P.M., Pitsoulis, L.(eds.) *Pareto optimality, game theory and equilibria*. Springer, New York (2008)
- [3] Gopfert, A., Riahi, H., Tammer, C., Zalinescu, C. *Variational methods in partially ordered spaces*. Springer, New York (2003)
- [4] Luc, T.D *Theory of de vector optimization*. Lecture Notes In Economics and Mathematical Systems, 319, Springer, Berlin (1989)
- [5] Miettinen, K.M. *Nonlinear multiobjective optimization*. Kluwer, Boston (1999)
- [6] R. Gregorio y Oliveira P. *A Logarithmic-quadratic proximal point scalarization method for multiobjective programming*. J. Glob. Optim, No. 49, pp. 281-291, 2011.
- [7] R. Azevedo, R. Gregorio y Oliveira P. *Logarithmic quasi-distance proximal point scalarization method for multiobjective programming*. preprint UFRJ.2012.

^a Email: romulo.castillo@ufsc.br

^b Email: clcarlone@gmail.com

ANÁLISIS DE ESTABILIDAD Y DISPERSIÓN PARA LA MODELACIÓN EN DIFERENCIAS FINITAS DE CONDICIONES DE FRONTERA EN UN MEDIO ELÁSTICO.

Otilio Rojas^{1a}, Adelis Nieves^{1b}

¹ Universidad Central de Venezuela

En este trabajo se analiza un método numérico para modelar dos tipos de condiciones de frontera en un medio elástico: Superficies libres (caso lineal) y rupturas dinámicas (caso no lineal). El método usa diferencias finitas de alto orden sobre una malla estándar encajada, llamada así porque los esfuerzos y desplazamientos se discretizan en mallas distintas. Sin embargo, un conjunto de nodos especiales de esfuerzo y desplazamiento permiten la implementación de las condiciones de frontera tal como se propone en [1] y [2]. El análisis de estabilidad de este método permite estimar el límite del parámetro Courant–Friedrichs–Lewy vía el radio espectral de la matriz de iteración en el caso de fronteras libres. Para estos problemas (modelo P-SV en 2-D), la dispersión numérica de ondas Rayleigh es cuantificada usando una métrica de diferencias de fase para dos receptores en el dominio de la frecuencia presentada en [3]. La misma revela la significativa contribución del alto orden al discretizar este tipo de fronteras. Para el caso no lineal, se modelan rupturas modo II en fallas planas con un coeficiente de fricción dependiente exclusivamente del desplazamiento. Se presenta un análisis de convergencia experimental usando como referencia soluciones numéricas alternativas en mallas muy refinadas. De nuevo, los resultados indican una reducción importante de la dispersión debido al alto orden en la discretización.

REFERENCIAS

- [1] Rojas, O., 2007. Mimetic finite difference modeling of 2D elastic P-SV wave propagation. *Qualifying exam report*, San Diego State University. CSRCR2007-05.
- [2] Rojas, O. et al., 2007. Modeling of rupture propagation using high-order mimetic finite differences, *J. geophys. Int.*, **172**, 631-650.
- [3] Rojas, O. et al., 2013. Low dispersive modeling of Rayleigh waves on partly staggered grids, *Compute Geosci.* doi 10.1007/s10596-013-9380-0.

^a Email: adelis.nieves@ciens.ucv.ve

^b Email: otilio.rojas@ciens.ucv.ve

Método de Lambert generalizado como extensión del método de corrección de órbitas periódica

Elvis Lacruz^{1a}, Alberto Abad^{2b}

¹ Centro de Investigaciones de Astronomía, Avd. Alberto Carnevalli, Sector La Hechicera, Edif. CIDA, Apartado Postal 264, 5101 Mérida, Venezuela.

² Grupo de Mecánica Espacial GME, Universidad de Zaragoza, Calle Pedro Cerbuna, 12, 50009 Zaragoza, España.

En esta contribución presentamos un método extendido del método de corrección de órbitas periódicas, en la que hemos realizado modificaciones en las condiciones iniciales y fundamentalmente en las condiciones de periodicidad permitiendo así, su extensión. Para tener una primera estimación del método y la bondad del mismo en su aplicabilidad práctica y directa, propagamos un conjunto de vectores de estado, los cuales definen órbitas de satélites artificiales, cuyos errores absolutos obtenidos son del orden de 10^{-7} , siendo estos errores más que suficientes para la determinación de órbitas, en las unidades establecidas.

REFERENCIAS

- [1] Abad, A., Barrio, R., and Dena, A. Computing periodic orbits with arbitrary precision. *Physical Review E* Vol. **E84(016701)**, (2011) 1–6.
- [2] Avanzini, G. A simple Lambert algorithm. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* Vol. **31(6)**, (2008) 1587–1594.
- [3] Battin, R. H. Introduction to the Mathematics and Methods of Astrophysics. *American Institute of Aeronautics and Astronautics* Vol. **Inc**, (1990) Reston, Virginia
- [4] Hairer, E., Nørsett, S. P., and Wanner, G. Solving Ordinary Differential Equations. Non-stiff Problems. *Springer Ser. Comput. Math* Vol. **8**, (1993) New York.
- [5] Stoer, J. and Bulirsch, R. Introduction to Numerical Analysis. *Springer-Verlag*. (1993). Berlin.

^a Email: elvis@cida.gob.ve

^b Email: abad@unizar.es

MODELADO DE PROPAGACIÓN DE ONDAS P-SV EN MALLAS ENCAJADAS DISCONTINUAS

Jaime Parada^{1a}, Otilio Rojas^{1b}, Steven Day^{2c}, Kim Olsen^{2d}

¹ Universidad Central de Venezuela

² San Diego State University, California, USA

Se presenta una implementación preliminar de un método en diferencias finitas (DF) en mallas encajadas (ME) y discontinuas para el modelo desplazamiento-esfuerzo de la ecuación de onda elástica. Este método aplica opcionalmente DF de segundo o cuarto orden de precisión en ME 2-D rectangulares. La mayoría de los esquemas DF-ME modernos acopla mallas con espaciamiento diferentes mediante una zona de superposición donde diferentes técnicas de interpolación permiten aproximar las soluciones en la malla mas fina a partir de sus valores en la gruesa. En este trabajo, se define como alternativa una única línea de la malla como interface y así se reducen en una dimensión las interpolaciones gruesa-a-fina requeridas. A lo largo de esta interface, las condiciones de continuidad de los desplazamientos y tracciones permiten calcular sus valores en los nodos de la malla gruesa. Luego, diversos esquemas

de interpolación son empleados para proyectar estos valores en las localizaciones finas de esta interfaz. El subsecuente filtrado paso bajo (tipo Lanczos o filtros triangulares) de estas interpolaciones alarga el rango de estabilidad numérica por encima de 10^6 iteraciones, suficiente para la simulación de muchos eventos sísmicos.

REFERENCIAS

- [1] Kristek, J., *et al.*, 2010. Stable discontinuous staggered grid in the finite-difference modeling of seismic motion, *Geophys. J. Int.*, **183**, 1401-1407.
- [2] Rojas, O. *et al.*, 2007. Modeling of rupture propagation using high-order mimetic finite differences, *J. geophys. Int.*, **172**, 631-650.

^a Email: jaime.parada@ciens.ucv.ve

^b Email: otilio.rojas@ciens.ucv.ve

^c Email: sday@mail.sdsu.edu

^d Email: kbolsen@mail.sdsu.edu

ADAPTATIVIDAD DE SOLUCIONES USANDO ESQUEMAS MIMÉTICOS

Abdul Lugo^{1a}, Giovanni Calderón^{1b}

¹ Grupo Ciencias de la Computación, Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida 5101 - Venezuela

Se presentan procesos adaptativos para definir mallas óptimas, con el objetivo de calcular la solución de problemas usando esquemas miméticos. La experimentación numérica evidencia los buenos resultados en problemas de contorno. La estimación del error, se realiza de diversas maneras usando las versiones discretas de los operadores divergencia y gradiente.

REFERENCIAS

- [1] Calderón G. y Lugo A., *Estimación del error y adaptatividad en esquemas miméticos para problemas de contorno*. Aceptado para ser publicado en el Boletín de la AMV, 2014.
- [2] Lugo A., *Generación de mallas óptimas basadas en esquemas miméticos para problemas de contorno, 201*. Tesis de Doctorado, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Venezuela.
- [3] Batista E. and Castillo J., *Mimetic schemes on non-uniform structured meshes*. Electronic Transactions on Numerical Analysis, 34(1):152–162, 2009.
- [4] Díez P. and Calderón G., *Remeshing criteria and proper error representations for goal oriented h-adaptivity*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 196 pp. 719 – 733, (2007)
- [5] Calderón, G. and Díez, P., *Análisis de Diferentes Estimadores de Error de Postproceso para Adaptatividad Orientada al Resultado*. RIMNCIDI, Vol. 22(2) pp. 193 – 213, (2006)

^a Email: abdull@ula.ve

^b Email: giovanni@ula.ve

SIMULACIÓN DE PROPAGACIÓN ACÚSTICA MEDIANTE DIFERENCIAS FINITAS COMPACTAS CON PARÁMETROS MIMÉTICOS ÓPTIMOS

Luis J. Cordova^{1a}, Beatriz Otero^{2b}, Otilio Rojas^{3c}

¹ Universidad de Oriente

² Universidad Politécnica de Cataluña

³ Universidad Central de Venezuela

En la formulación de Castillo y Grone, las aproximaciones miméticas de cuarto orden para los operadores gradiente y divergencia corresponden a una familia multiparamétrica de diferencias finitas (DF) conservativas. Su propiedad de conservación la heredan de una versión discreta del principio de integración por partes, y a nivel de implementación computacional el largo de los estenciles iguala o supera al propio de las DF tradicionales de Taylor. En este trabajo, se obtienen parámetros miméticos óptimos que alargan el límite de estabilidad de métodos tipo Leap-Frog para propagación unidimensional de ondas. Posteriormente, se proponen versiones compactas de DF miméticas dependientes de estos parámetros óptimos, y que presentan estenciles de tamaño reducido haciendo su aplicación mas eficiente a nivel de cómputo. Finalmente, estos nuevos operadores se aplican a la simulación de ondas acústicas bajo diferentes condiciones de frontera en medios bidimensionales. La estabilidad y convergencia experimental observada en los resultados numéricos es analizada en detalle.

REFERENCIAS

- [1] Castillo, J., and Grone, R. A matrix analysis approach to higher-order approximations for divergence and gradients satisfying a global conservation law. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.* 25, 128-142, 2003.
- [2] Cordova, L., Rojas, O., Otero, B., and Castillo, J. Compact finite difference modeling of 2-D acoustic wave propagation. Submitted to *J. of Computational and Applied Mathematics*, October, 2014.

^a Email: lcordova14@gmail.com

^b Email: botero@ac.upc.edu

^c Email: otilio.rojas@ciens.ucv.ve

Un Nuevo Esquema Mimético para la ecuación de Onda Acústica

F. Solano Feo^{1a}, O. Rojas^{2b}

¹ Universidad Central de Venezuela, Facultad de Ciencias, Escuela de Matematicas.

² Universidad Central de Venezuela, Facultad de Ciencias, Escuela de Computacion.

Se propone una discretización mimética de segundo orden en espacio sobre una malla escalonada para la ecuación de onda acústica que aprovecha al máximo los operadores miméticos en una implementación de superficie libre y condiciones absorbentes. La integración explícita en tiempo se lleva a cabo mediante una discretización estandar centrada de tres niveles. Se presenta un análisis de estabilidad y convergencia para este nuevo método y se usa un método de diferencias finitas nodal de segundo orden como referencia. Una familia de pruebas numéricas con una capa límite de superficie libre se utiliza para mostrar la precisión y la convergencia experimental del esquema numérico propuesto. Las aplicaciones de este nuevo método para escenarios sísmicos 2-D también son presentados y discutidos.

REFERENCIAS

- [1] Guevara-Jordan, JM and Rojas, S and Freites-Villegas, M and Castillo, JE, Convergence of a mimetic finite difference method for static diffusion equation, *Advances in Difference Equations*, 2007.
- [2] M. Shashkov, *Conservative Finite Difference Methods for General Grids*, CRC Press, 1996.
- [3] J. Strikwerda, *Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations*, SIAM, 2004.
- [4] A. Reynolds, Boundary Conditions for the Numerical Solution of Wave Propagation Problems, *Geophysics* 43 (1978) 1099-1110.

^a Email: freysimar.solano@ciens.ucv.ve

^b Email: rojasotilio@gmail.com

Second- and fourth-order mimetic discretization of 2-D elliptic problems on equidistributed grids

Jaime Blanco^{1a}, Otilio Rojas^{1b}, Juan Guevara^{2c}

¹ Centro de Investigación de Operaciones y Modelos Matemáticos, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Caracas 1040

² Escuela de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Caracas 1040

La discretización de un modelo diferencial continuo utilizando diferencias finitas miméticas (DFM) presenta la formulación sencilla y eficiencia computacional equivalente a las ofrecidas por las DF tradicionales. Sin embargo, las DFM satisfacen las propiedades fundamentales del cálculo vectorial y tensorial incluyendo un análogo discreto del teorema de la divergencia. Así las soluciones numéricas calculadas por DFM satisfacen propiedades conservativas y de simetría que cumplen las soluciones continuas del modelo en cuestión. En este trabajo, se aplican DFM de segundo y cuarto orden para resolver problemas elípticos en mallas rectangulares 2-D con espaciado variable y adaptativo. La adaptación de la malla es automática y permite una distribución uniforme de los errores en toda la malla. Se presentan pruebas numéricas en problemas de capa límite donde las DFM no uniformes dieron resultados muy precisos. Además, la convergencia experimental concuerda con la teórica dada por la discretización. Consideramos adicionalmente, problemas de difusión con tensor completo usando interpolación lineal de las componentes del gradiente mimético observando poca degradación de las tasas de convergencia únicamente en el caso de cuarto orden.

REFERENCIAS

- [1] J.E. Castillo and J.M.Hyman and M. Shashkov and S. Steinberg, Fourth- and sixth-order conservative finite difference approximations of the divergence and gradient, *Applied Numerical Mathematics* Vol. 37, (2001) 171–187.
- [2] E. D. Batista and J. E. Castillo, Mimetic schemes on non-uniform structured meshes, *ETNA* Vol. 34, (2008) 152–162.

^a Email: jaime.blanco@ciens.ucv.ve

^b Email: rojasotilio@gmail.com

^c Email: jmguevarajordan@gmail.com

Método Tau Segmentado para una Ecuación Diferencial Funcional del Tipo Mixto No-Autónoma

Carmen Da Silva^{1a}, René Escalante^{2b}

¹ Universidad Central de Venezuela

² Universidad Simón Bolívar

Presentamos un nuevo enfoque para resolver numéricamente una ecuación diferencial funcional del tipo mixto (EDFTM) no-autónoma sujeta a condiciones de borde, extendiendo las ideas presentadas en [1] sobre el caso autónomo. Para ello, se emplea el método Tau segmentado [2], con el cual, se consigue aproximar a trozos, la solución del problema mediante un polinomio, denominado aproximación polinómica a trozos. En la aplicación de este enfoque, es necesario en principio, aproximar los coeficientes de la EDFTM no-autónoma, por polinomios de grados menores o iguales al grado de la aproximación polinómica a trozos requerida, como un dato característico más general a lo desarrollado en [3]. Presentamos una manera novedosa de caracterizar un conjunto de problemas con solución analítica, y que se usan para definir ejemplos para la experimentación numérica realizada. Se llevan a cabo comparaciones entre los resultados numéricos obtenidos y la solución analítica conocida. Se evidencia en los ejemplos que el nuevo enfoque produce aproximaciones polinómicas a trozos sobre largos intervalos de tiempo.

REFERENCIAS

- [1] C. Da Silva y R. Escalante. Segmented Tau approximation for a forward-backward differential equation. *Comput. with Math. Appl.* Vol. **62**, (2011) 4582–4591.
- [2] E. L. Ortiz. Step by step Tau method - Part I: Piecewise polynomial approximations. *Comput. Math. Appl.* Vol. **6**, (1975) 381–392.
- [3] C. Da Silva y R. Escalante. Numerical solution of a linear mixed-type functional differential equation using the segmented Tau method. *Ingeniería y Ciencias Aplicadas: Modelos Matemáticos y Computacionales*. E. Dávila, J. Del Río, M. Cerrolaza y R. Chacón (Editores). ISBN: 978-980-7161-04-6, (2014) MM 19–MM 24.

^a Email: carmen.dasilva@ciens.ucv.ve

^b Email: rescalante@usb.ve

APROXIMACIONES POLINÓMICAS A TROZOS PARA EL PROBLEMA DE BRATU

René Escalante^{1a}

¹ Dpt. de Cómputo Científico y Estadística, Universidad Simón Bolívar

Aplicamos aquí el método Tau segmentado, usando su formulación operacional [1], a fin de obtener una aproximación polinómica a trozos que resuelva numéricamente el problema con valores en la frontera (PVF) para la ecuación diferencial no lineal de segundo orden denominada de Bratu. Corroboramos la aplicabilidad del método para el caso de la función generalizada de Airy de orden 0 [2] y, posteriormente, mediante la definición de una sucesión de problemas lineales obtenemos la solución aproximada del PVF no lineal de Bratu.

REFERENCIAS

- [1] E. Ortiz and H. Samara. An operational approach to the Tau method for the numerical solution of non-linear differential equations. *Computing* Vol. **27**, (1981) 15–25.

[2] R. Escalante. Notas sobre la función generalizada de Airy. Tech. Report No. RT 2000-04, UCV, Escuela de Computación, *Lecturas en Ciencias de la Computación*, (2000) ISSN 1316-6239.

^a Email: rescalante@usb.ve

Eficiencia del BEM para identificar los saltos de tensión sobre una placa en "L"

Nelson Colmenares^{1a}, Maira Valera-López^{1b}

¹ Escuela de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Av. Los Ilustres, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

El Método de Elementos de Frontera (BEM, por sus siglas en inglés) es un método numérico que consiste resolver ecuaciones en derivadas parciales que han sido formuladas como ecuaciones integrales (en forma de integral sobre la frontera), discretizando la frontera en una serie de elementos sobre el cual, las tensiones y los desplazamientos, varían de acuerdo con la función de interpolación asumida. El objetivo de esta presentación es mostrar la eficiencia del BEM para identificar los saltos de tensiones (de un esfuerzo cero a un esfuerzo máximo), sobre una placa en "L", para luego poder ajustarlos a los valores adecuados según la estructura en estudio. Este tipo de placa es muy usada en algunos tipos de construcciones (por ejemplo, centros comerciales y estadios), y el estudio sobre la misma es pertinente para evitar la futura presencia de grietas sobre las estructuras.

Palabras Claves: BEM, Placas en "L", tensión, deformación.

REFERENCIAS

- [1] BECKER A.A., (1992), "The boundary element method in engineering", London: McGraw-Hill.
- [2] BEER G., SMITH I. Y DUENSER C., (2008), " The Boundary element method with programming", Springer Wien New York.
- [3] BREBBIA C.A., TELLES J.F. Y WROBEL L.C., (1984), "Boundary element techniques: Theory and applications in engineering", Springer, Berlín.
- [4] BREBBIA C.A. Y DOMINGUEZ J. (1998), "Boundary Elements: A Introductory Course", WIT Press, Southampton, England.
- [5] CERROLAZA M., ALARCON E., (1989), "Mathematical foundations of the BEM in solid mechanics", Report AFOSR-TR-77-1002, Pratt & Whitney Aircraft Group.
- [6] KANE J.H., (1994), "Boundary Element Analysis in Engineering Continuum Mechanics", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [7] LANDAU Y LIFSCHITZ, (1969), "Teoría de la Elasticidad", Reverté.
- [8] PADHI G. S., SHENOI R.A., MOY S.S.J. MCCARTHY M.A. , (2001), "Analytic integration of kernel shape function product integrals in the boundary element method", *Computers & Structures*, 79: 1325-1333.
- [9] SALVADORI A., (2002), "Analytical integration in 2D BEM elasticity", *International Journal for Numerical Method in Engineering*, 53: 1695-1719.
- [10] TIMOSHENKO S., (1957), "Resistencia de materiales", Espasa-Calpe, Madrid, España.
- [11] VIDELA L., BALOA T., GRIFFITHS D.V., CERROLAZA M., (2007), " Exact integration of the stiffness matrix of an 8-node plane elastic finite element by symbolic computation", *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, Volume 24, Issue 1 , Páginas 249 - 261.
- [12] VIDELA L., OCHOA R., APARICIO N., CERROLAZA M., (1996), "Explicit Integration of the Stiffness Matrix of a Four-Noded-Plane Elasticity Finite Element", *Communications In Numerical Methods In Engineering*, Volumen 12, Páginas 731-743.

^a Email: nelson_colmenares@hotmail.com

^b Email: maira.valera@ciens.ucv.ve

Aplicación de un modelo hidrodinámico y los modelos pase y vuelo aleatorio sobre el Lago de Valencia

M. A. Valera-López^{1a}, A. Pineda^{1b}, J. R. León-Ramos^{1c}, J. M. Guevara-Jordan^{1d}

¹ Escuela de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Av. Los Ilustres, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

El objetivo de esta presentación es describir los patrones de circulación y distribución de sedimentos en el Lago de Valencia mediante dos modelos. El primer modelo es el hidrodinámico, el cual es simulado mediante el uso de las ecuaciones de Saint-Venant, junto con una ecuación de advención-difusión. Este modelo utiliza un esquema numérico MacCormack-TVD para resolver simultáneamente las ecuaciones de continuidad y momento, mientras que las ecuaciones de advención-difusión, determina la dispersión de sedimentos en función del tiempo. La segunda aproximación para describir el proceso de dispersión es mediante los modelos paseo aleatorio y vuelo aleatorio, siendo este último, un modelo introducido para mejorar el comportamiento de paseo aleatorio, poco tiempo después del despliegue de las partículas. Interpretando la ecuación advención-difusión como una ecuación Fokker-Plank, es posible describir la trayectoria de una partícula de contaminante con ambos modelos estocásticos. Para combinar lo mejor del modelo determinístico y los modelos estocásticos, en esta investigación se desarrolla un modelo de partículas que describe el proceso de dispersión durante un periodo corto de tiempo después del despliegue de partículas. Aunque el uso de modelos de aguas someras y paseo o vuelo aleatorio es bastante estándar en el estudio de la circulación de lagos y la contaminación por sedimentos, su aplicación al Lago de Valencia es nueva. Por lo tanto, los patrones de circulación y de sedimentos desarrollados en este estudio numérico representan una contribución original.

Palabras Claves: Lago de Valencia, Ecuaciones de Saint Venant, Modelo Hidrodinámico, Paseo Aleatorio, Vuelo Aleatorio.

REFERENCIAS

- [1] Valera-López M., Guevara-Jordan J., García R., Saavedra I. León J.R., . Understanding Circulation in Lake Valencia, Venezuela by a Shallow-Water Model. *Ingeniería y Ciencias Aplicadas: Modelos Matemáticos y Computacionales*. ISBN: 978-980-7161-04-6, pág. MM37- MM42, SVMNI, (2014).
- [2] Fisher, H.B.; List, E.J.; Koh, R.C.Y., Imberger, J.; Brooks, N.H.: *Mixing in inland and coastal waters*. Academic Press, New York. (1979)
- [3] Garcia, R.; Kahawita, R.A.: Numerical solution of the St. Venant equations with the MacCormack finite difference scheme, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 6. (1983)
- [4] Heemink A.W.: Stochastics modelling of dispersion in shallow water, *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, Springer-Verlag, Vol. 4, pp. 161-174,(1990)
- [5] Pearson R.V.; Barber R.W.: Modelling depth-integrated contaminant dispersion in the Humber Estuary using a Langangian particle technique, *Transactions on Ecology and Environment*, WIT Press, Vol. 10. 383–392. (1996)
- [6] Tsanis I.K.; Saied U.: A wind-driven hydrodynamic and pollutant transport model, *Global NEST Journal*, Vol. 9. 2. 117–131. (2007)

^a Email: maira.valera@ciens.ucv.ve

^a Email: angie.pineda@ciens.ucv.ve

^a Email: jose.leon@ciens.ucv.ve

^a Email: juan.guevara@ciens.ucv.ve

Evaluación del Método de Von Rosenberg para la Ecuación de Convección-Difusión

Iver D. Grau M.^{1a}

¹ UCV

Se presenta un esquema numérico implícito tipo Crank-Nicholson para la ecuación de convección y difusión. El esquema fue desarrollado por Von Rosenberg y es válido para grandes velocidades con bajos coeficiente de difusión o el caso opuesto, que son precisamente los escenarios donde las técnicas convencionales muestran excesiva difusión numérica o los métodos especializados requieren complejas implementaciones. En este contexto, el esquema de Von Rosenberg sigue siendo el más simple de entender e implementar para este tipo de ecuaciones. En este trabajo se analiza dicho esquema para evidenciar su simplicidad y evaluar su precisión mediante diversas pruebas numéricas.

REFERENCIAS

- [1] E.H. Herron Jr. y D.U. Von Rosenberg, "An efficient numerical method for the solution of pure convective transport problems with split boundary conditions", *Chem. Eng. Sci.* **21**, 337 – 342 (1966).
- [2] H. S. Price, R. S. Varga, and J. E. Warren, "Application of oscillation matrices to diffusion-convection equations", *J. Math. and Phys.* **45**, 301 – 311 (1966).
- [3] D. U. Von Rosenberg, "An explicit finite difference solution to the convection-dispersion equation", *Numerical Methods for Partial Differential Equations* **2**, 229 – 237 (1986).
- [4] R. P. Chambers, and G. A. Swan, "A numerical solution of surface controlled fixed-bed absorption", *I&EC Fundamentals* **16**, 154 – 157 (1977).

^a Email: iver.grau2@gmail.com

Restauración de imágenes mediante el método de las proyecciones alternantes

Maricarmen Andrade^{1a}, René Escalante^{2b}

¹ Universidad Central de Venezuela

² Universidad Simón Bolívar

El proceso de restauración de imágenes consiste en estimar la forma original de una imagen degradada, de manera tal, que la restauración de la imagen sea un proceso que busque recobrar la imagen, a partir de algún conocimiento, que a priori se tenga, del fenómeno de degradación [1]. Técnicas de imagen médica, como la resonancia magnética (MRI) y la tomografía por emisión de positrones (PET) serían prácticamente imposibles de realizar sin una técnica computarizada de reconstrucción de imágenes [2]. Las técnicas tradicionales de resolución empleadas de manera extensiva en la restauración de imágenes, proporcionan poca flexibilidad en cuanto a la incorporación de restricciones al planteamiento del problema. En este sentido, los métodos de proyecciones, tanto convexas como generalizadas constituyen una alternativa relevante. El objetivo de esta presentación, es explicar las diferentes técnicas en las que se ha aplicado el método de las proyecciones alternantes al problema de restauración de imágenes, hasta llegar al enfoque de Combettes [3] en donde la restauración se basa en el cálculo de proyecciones aproximadas.

REFERENCIAS

- [1] R. Escalante. Algoritmos Numéricos para el Problema de Restauración de Imágenes usando el Método de las Proyecciones Alternantes. *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones* Vol. 11(1), (2004) 41–58.
- [2] H. Stark and Y. Yang. *Vector Space Projections: A Numerical Approach to Signal and Image Processing, Neural Nets, and Optics*. John Wiley and Sons, Inc. (1998).
- [3] P. Combettes. Convex Set Theoretic Image Recovery by Extrapolated Iterations of Parallel Subgradient Projections. *IEEE Trans. Image Processing* Vol. 6(4), (1997) 493–506.

^a Email: maricarmen.andrade@ciens.ucv.ve

^a Email: rescalante@usb.ve

Sesión

Ecuaciones Diferenciales y Álgebras de Clifford

Ecuaciones con retardo en espacios de sucesiones.

Luis Gerardo Mármol Bosch^{1a}

¹ Universidad Simón Bolívar

Let X be $l_p, 1 \leq p < \infty$ or c_0 . Consider the following equation

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + \sum_{i=1}^n A_i x(t - h_i) \quad t \geq 0$$

$$x(0) = r \tag{4}$$

$$x(\theta) = f(\theta) \quad -h_n \leq \theta < 0, \tag{5}$$

where $0 < h_1 < \dots < h_n$ are the delaying points $x(t) \in X$ for $t > 0$, $A_i \in B(X) \quad i = 0, \dots, n$ and $f : [-h_n, 0] \rightarrow X$ must also satisfy $f(0) = x(0) = r$ and $f(\theta) \neq 0$ for every θ such that $-h_n \leq \theta < 0$. Here, the convergence is in the norm of X . The fundamental concepts of derivative and integral for vector functions of a single variable can be extended to a function $F : [0, \infty) \rightarrow X$.

We simply express F as a function of its components and do the calculus operations on its components

If $F(t) = \{f_i(t)\}_{i=1}^{\infty}$, we have $F'(t) = \{f'_i(t)\}_{i=1}^{\infty}$

$$\int_a^b F(t) dt = \left\{ \int_a^b f_i(t) dt \right\}_{i=1}^{\infty}.$$

In view of these definitions, it is easily checked that the basic theorems about continuity, differentiability and integrability are also valid in this case. Using standard arguments, it can also be proven that

$$\left\| \int_0^t x(s) ds \right\|_X \leq \int_0^t \|x(s)\|_X ds.$$

We also have, as usual, $e^{At} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(tA)^k}{k!}$ for $A \in B(X)$.

Note that the functions $x \in X$ which we are working with should satisfy

i) $x(t) \in X$ for every $t \geq 0$.

ii) $x'(t) \in X$ for every $t \geq 0$.

iii) $g(t) = \int_a^t x(s) ds \in X$ for every $t \geq 0$.

$x(t) = \left\{ \frac{e^{\lambda t}}{i^q} \right\}_{i=1}^{\infty}$, where $\lambda \in \mathbb{C}$ and $q \geq \frac{1}{p}$ is a example of this. More generally, the same is true for $y(t) = \{y(t) a_i\}_{i=1}^{\infty}$, where $\{a_i\}_{i=1}^{\infty} \in X$ and g is differentiable function on \mathbb{R} .

In the next pages we will show that(5) can be rewritten as an abstract differential equation of the form

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) \\ z(0) &= z_0, \end{aligned} \tag{6}$$

where A is the infinitesimal generator of a c_0 -semigroup $\{T_t\}_{t \geq 0}$ on a suitable Banach space, and we will prove same important properties of $\{T_t\}_{t \geq 0}$ and A (including same spectral properties). Finally, as

an application, we will characterize the null-controllability by using some techniques from functional analysis and operator theory. The control u is constrained to lie in a separable weakly compact subset Ω of an arbitrary Banach space U .

This is a common work with Prof. Carmen Judith Vanegas.

REFERENCIAS

- [1] Bárcenas D., Diestel J., *Constrained Controllability in Non Reflexive Banach Spaces*, *Quaestiones Mathematicae*, 18, 185-198, (1995).
- [2] Curtain R.F., Zwart H.J., *An Introduction to Infinite-Dimensional Linear Systems Theory*, *Texts in Applied Mathematics* 21, Springer Verlag, New York- Berlin, (1995).
- [3] Iakovleva V., Vanegas C.J., *On the solution of differential equations with delayed and advanced arguments*, *Electronic Journal of Differential Equations*, Conference 13, 57-63, (2005).
- [4] Iakovleva V., Manzanilla R., Mármol L.G., Vanegas C.J., *Solutions and constrained null-controllability for a differential-difference equation*, Accepted in *Mathematica Slovaca* in 2013. To appear in 2014.
- [5] Manzanilla R., Mármol L.G., Vanegas C.J. *On the controllability of a differential equation with delayed and advanced arguments*, *Abstract and applied Analysis* Vol. 2010, p.p 1-16, article ID 307409, doi 10.1155/2010/307409
- [6] Peichl G., Schappacher W., *Constrained Controllability in Banach Spaces*, *SIAM Journal of Control and Optimization*, 24, 1261-1275, (1986).

^a Email: lgmarmol@usb.ve

Condiciones necesarias y suficientes para operadores diferenciales asociados en las álgebras de Clifford

Yanett Bolívar^{1a}, Licet Lezama^{1b}, Luis Mármol^{2c}, Judith Vanegas^{2d}

¹ Universidad de Oriente

² Universidad Simón Bolívar

Se resuelve el problema de valores iniciales

$$\partial_t u = F(t, x, u, \partial_i u) = \sum_{i=0}^n A^{(i)}(t, x) \partial_i u + B(t, x)u + C(t, x), \quad (7)$$

$$u(0, x) = \varphi(x), \quad (8)$$

en el espacio de las funciones con valores en el álgebra de Clifford A_n .

Definiendo el operador de Cauchy-Riemann generalizado [2]

$$D = \frac{\partial}{\partial x_0} + \sum_{j=1}^n e_j \frac{\partial}{\partial x_j},$$

la solubilidad del problema de valores iniciales (7)-(8) se logra a través del método de los pares asociados [1]. En este trabajo se obtienen las condiciones necesarias y suficientes para que el operador F y D formen un par asociado, es decir, el operador F transforma todas las soluciones del espacio de soluciones de $Du = 0$ nuevamente en soluciones de la misma ecuación, para t fijo. Estos resultados extienden los presentados en [3] en el análisis de los cuaterniones.

REFERENCIAS

- [1] W. Tutschke, Associated spaces - a new tool of real and complex analysis. *Function spaces in complex and Clifford analysis*, (2008) 253–268.

[2] W. Tutschke, C. Vanegas, Métodos del análisis complejo en dimensiones superiores. *XXI Escuela Venezolana de Matemáticas*, (2008).

[3] Yüksel U., Necessary and sufficient conditions for associated differential operators in quaternionic analysis and applications to initial value problems. *Advances in Applied Clifford Algebras*, **23**, no. 4 (2013) 981–990.

^a Email: bolivarcolon@gmail.com

^b Email: licetle@gmail.com

^c Email: lgmarmol@usb.ve

^d Email: cvanegas@usb.ve

USO DEL ANÁLISIS ASINTÓTICO EN LA DERIVACIÓN O CREACIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS QUE INVOLUCRAN ECUACIONES DIFERENCIALES

Said Antonio Kas-Danouche Rojas^{1a}

¹ Grupo de Investigación en Matemáticas Aplicadas a la Física. Universidad de Oriente. Núcleo de Sucre. Departamento de Matemáticas. Laboratorio de Matemáticas Aplicadas a la Industria.

Las matemáticas tienen variadas perspectivas que van desde el desarrollo de complejas teorías intelectuales, hasta la modelación de fenómenos que ocurren en nuestro entorno. En esta ponencia, se pretende presentar el proceso de modelación usado en mis investigaciones que involucran procesos fisicoquímicos y análisis asintótico matemático, con el objeto de derivar modelos matemáticos para flujos de dos fluidos inmiscibles concéntricos, que viajan por el interior de tuberías de corte transversal circular ([1], [2] y [3]).

Se expondrá cómo ir desde el planteamiento del problema físico hasta la obtención de una ecuación o sistema de ecuaciones diferenciales. El proceso incluye varios pasos, entre los cuales podemos mencionar: planteamiento del problema físico, descripción del problema matemático, adimensionalización, solución del problema básico, entre otros que trataremos durante la ponencia.

REFERENCIAS

[1] Kas-Danouche, Said A. Nonlinear interfacial stability of core-annular film flows in the presence of surfactants. *PhD. Dissertation. Department of Mathematical Sciences, New Jersey Institute of Technology and Rutgers The State University of New Jersey, Newark*. (2002).

[2] Kas-Danouche, Papageorgiou y Siegel. A mathematical model for core-annular flows with surfactants. *Divulgaciones Matemáticas* Vol. **12**, N° **2**, (2004) 117-138.

[3] Kas-Danouche, Papageorgiou y Siegel. Nonlinear interfacial stability of core-annular film flows in the presence of surfactants. *Journal of Fluid Mechanics* Vol. **626**, (2009) 415-448.

^a Email: sak0525@gmail.com

Condiciones necesarias y suficientes para operadores asociados en el álgebra $\mathcal{A}_n^s(2, \alpha_j, 0)$

Eusebio Ariza^{1a}

¹ Universidad Simón Bolívar

Los problemas de valor inicial pueden ser elevados a problemas de punto fijo para operadores integro-diferenciales. En particular, el problema de valor inicial $\partial_t u(t, x) = \mathcal{F}(t, x, u, \partial_{x_i} u)$ con condición inicial $u(x, 0) = \varphi(x)$ en el contexto de álgebras tipo Clifford con saltos. La existencia y unicidad de la solución pueden ser garantizadas vía el teorema de contracción de Banach. Para la aplicabilidad de este teorema de Banach debemos exigir que la función inicial φ pertenezca a un espacio asociado al operador que define el lado derecho $\mathcal{F}(t, x, u, \partial_{x_i} u)$, cuyos elementos satisfacen un estimado interior. En este trabajo damos condiciones necesarias y suficientes para que el operador \mathcal{F} sea asociado al espacio de funciones q -metamonogénicas en el álgebra tipo Clifford con saltos $\mathcal{A}_n^s(2, \alpha_j, 0)$, en el caso en que $q = (q_0 = 1, q_1, q_2, \dots, q_n)$ es constante. Cuando q_i , para $i = 1, \dots, n$, son funciones con valores reales definidas en $\mathcal{A}_n^s(2, \alpha_j, 0)$, mostramos sólo condiciones suficientes.

REFERENCIAS

- [1] Hung, N. Q., & Luong, N. C. (2006). First order differential operators associated to the Dirac operator in quaternionic analysis. In Proceedings of 2004 International conference on Applied Mathematics, SAS international publications, Delhi (pp. 369-378).
- [2] Hung, N. Q., & Son, L. H. (2009). Initial value problems with regular initial functions in quaternionic analysis. *Complex Variables and Elliptic Equations*, 54(12), 1163-1170.
- [3] Son, L. H., & Nguyen, Q. H. (2008). The initial value problems in Clifford and quaternion analysis. *Proceedings of the 15th ICFIDCAA*, 3, 317-323.
- [4] Son, L.H., & Thanh Van, N. (2008). Differential associated operators in Clifford Analysis and their applications. In Proceedings of the 15th ICFIDCCA, OCAMI Studies, 2, Osaka (pp. 325-332).
- [5] Son, L. H., & Tutschke, W. (2003). First order differential operators associated to the Cauchy-Riemann operator in the plane. *Complex Variables-Theory and Application*, 48(9), 797.
- [6] Tutschke, W. (1989). *Solution of initial value problems in classes of generalized analytic functions*. Teubner Leipzig: Springer-Verlag.
- [7] Tutschke, W. (2008). Associated spaces- a new tool of real and complex analysis. In *Function Spaces in Complex and Clifford Analysis*, 253-268.
- [8] Tutschke, W. (1987). Contraction-mapping principles for initial value problems with generalized analytic initial functions. In: *Proceedings Conf. Mod. Probl. in Math. Physics*, 1, Tbilisi (pp. 101-112).
- [9] Tutschke, W. (2001). The Method of Weighted Function Spaces for Solving Initial Value and Boundary Value Problems. In *Functional-Analytic and Complex Methods, Their Interactions, and Applications to Partial Differential Equations: Proceedings of the International Graz Workshop Graz, Austria 12-16 February 2001* (p. 75). World Scientific Publishing Company.
- [10] Tutschke, W., & Vanegas, C. (2008). *Métodos del análisis complejo en dimensiones superiores*. Ediciones IVIC, Caracas.
- [11] Tutschke, W., & Vanegas, C. J. (2011). General algebraic structures of Clifford type and Cauchy-Pompeiu formulae for some piecewise constant structure relations. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 21(4), 829-838.
- [12] Yüksel, U. (2013). Necessary and Sufficient Conditions for Associated Differential Operators in Quaternionic Analysis and Applications to Initial Value Problems. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 1-10.

[13] Walter, W. (1985). An elementary proof of the Cauchy-Kowalevsky theorem. *American Mathematical Monthly*, 115-126.

^a Email: Euariza@usb.ve

Sobre un operador diferencial en Álgebras de Clifford con parámetros asociado a ecuaciones diferenciales con lado derecho anti- q -meta-monogénico usando un enfoque matricial

Franklin Vargas^{1a}, Eusebio Ariza^{1b}

¹ Universidad Simón Bolívar

Una función u definida en el álgebra de Clifford $\mathcal{A}_n(2, \alpha_j, \gamma_{ij})$ se llama **q -meta-monogénica generalizada** si ella es solución de la ecuación $\mathcal{D}_{q,\lambda}u = F(x, u)$, siendo F una función que depende linealmente de las componentes de u . Si la $\overline{\mathcal{D}_{q,\lambda}}F(x, u)$ no depende explícitamente de las derivadas de las componentes de u , diremos que el lado derecho $F(x, u)$ es **anti- q -meta-monogénico**. En este trabajo consideramos un enfoque matricial para resolver el problema de hallar condiciones suficientes para que el operador definido por $\mathcal{L}u := \overline{\mathcal{D}_{q,\lambda}}u + G(x, u)$ sea asociado a la ecuación diferencial con lado derecho anti- q -meta-monogénico $\mathcal{D}_{q,\lambda}u = F(x, u)$. Este enfoque matricial puede usarse para reformular muchos de los problemas considerados hasta ahora en las álgebras de Clifford clásicas y con parámetros. Además de ser útil desde el punto de vista computacional.

REFERENCIAS

- [1] Di Teodoro, A., & Sopian, M. (2014). Solution of the Initial Value Problem for a Linear Evolution Equation in a Clifford Type Algebra. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 1-19.
- [2] Son, L.H., & Thanh Van, N. (2008). Differential associated operators in Clifford Analysis and their applications. In *Proceedings of the 15th ICFIDCCA, OCAMI Studies, 2, Osaka* (pp. 325-332).
- [3] Son, L. H., & Tutschke, W. (2003). First order differential operators associated to the Cauchy-Riemann operator in the plane. *Complex Variables-Theory and Application*, 48(9), 797.
- [4] Tutschke, W. (1989). *Solution of initial value problems in classes of generalized analytic functions*. Teubner Leipzig: Springer-Verlag.
- [5] Tutschke, W. (2008). Associated spaces- a new tool of real and complex analysis. In *Function Spaces in Complex and Clifford Analysis*, 253-268.
- [6] Tutschke, W., & Vanegas, C. (2008). *Métodos del análisis complejo en dimensiones superiores*. Ediciones IVIC, Caracas.
- [7] Tutschke, W., & Yüksel, U. (1999). Generalized monogenic functions satisfying differential equations with anti-monogenic right-hand sides. In *Complex Methods for Partial Differential Equations* (pp. 263-270). Springer US.
- [8] Van, N. T. (2006). Differential operators in a Clifford analysis associated to differential equations with anti-monogenic right-hand sides. *Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics, Trieste (Italy)*.

^a Email: Franklinvj@gmail.com

^b Email: Euariza@usb.ve

Sesión

Educación Matemática

PERSPECTIVAS DE LOS ESTUDIANTES DE TECNOLOGIA INDUSTRIAL EN EL USO DE TECNOLOGIAS DE INFORMACION Y COMUNICACION PARA EL APRENDIZAJE DE MATEMATICA

Angela S. Chikhani Coello^{1a}

¹ Universidad Simon Bolivar

El presente trabajo describe el resultado de una investigación de tipo cuantitativa. El objetivo de esta investigación fue indagar en estudiantes universitarios, el uso de aplicaciones mediadas por tecnologías de información y comunicación (TIC) para el aprendizaje de las matemáticas. Específicamente, la población entrevistada estuvo conformada por 173 estudiantes de la Universidad Simón Bolívar (USB), de las carreras de técnico superior universitario en electrónica, eléctrica, mecánica y mantenimiento aeronáutico, de un total para el momento del estudio de 410 estudiantes. Desde lo empírico, se evidencia la alta motivación de los estudiantes al uso de las aplicaciones mediadas por TIC, sin embargo, no existe en los docentes de la institución, mayores desarrollos de objetos de aprendizaje para este fin. Para realizar el estudio, se diseñó un instrumento de 12 preguntas mediante la aplicación formulario de Google. Como resultado del estudio, se evidenció el uso masivo por parte de los estudiantes de aplicaciones mediadas por TIC disponibles en Internet para reforzar su proceso de enseñanza-aprendizaje (95 %). De la misma manera, se apreció que los estudiantes prefieren materiales de tipo video (88 %). Los estudiantes utilizan estos recursos por su propia iniciativa, puesto que no son recomendados por los docentes (92 %). Se evidencia en el estudio que los estudiantes no están dispuestos a cambiar las clases presenciales por aplicaciones mediadas por TIC, puesto que las consideran como un recurso adicional que les permite reforzar lo aprendido en las clases presenciales (72 %), esto difiere de lo señalado por Picciano y Dziuban [1]. Otro aspecto de interés, es que los estudiantes no están de acuerdo con los materiales de guías con ejercicios resueltos en formatos como pdf. El estudio desarrollado, puede servir a la institución, en la toma de decisiones para reforzar el desarrollo de aplicaciones mediadas por TIC, de tipo multimedia.

REFERENCIAS

[1] Picciano Anthony G. and Dziuban, Charles D. Blended Learning: Research Perspectives. *Taylor and Francis Grup* Vol. 2, (2014).

^a Email: chikhani@usb.ve

RAZONAMIENTO COMBINATORIO DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICA. UN ESTUDIO EXPLORATORIO

Yerikson Suárez Huz^{1a2a}

¹ Universidad Pedagógica Experimental Libertador

² Instituto Pedagógico "Rafael Alberto Escobar Lara" de Maracay

La teoría combinatoria constituye un tema relevante en el razonamiento probabilístico y la Matemática Discreta, y por ende, en la resolución de problemas en diversas disciplinas científicas. Sin embargo, tal y como lo reportan investigaciones en el ámbito de la Educación Estadística (Suárez, 2013), este tema constituye un asunto complejo en los distintos niveles educativos, debido a la presencia de errores en el manejo de los diferentes conceptos asociados a la combinatoria, y las dificultades en la resolución de problemas que los involucran. Adicionalmente, la persistencia del manejo de este contenido, en el aula de clases, a través de la aplicación de fórmulas, parece no contribuir al desarrollo de un razonamiento combinatorio idóneo. Además, dado que en los primeros niveles del sistema educativo venezolano,

este tema ha de ser abordado por profesores de Matemática, se considera pertinente examinar el razonamiento combinatorio presente en los mismos. Por ello, en la siguiente ponencia se reportan los resultados de un estudio de carácter exploratorio cuyo objetivo fue indagar acerca del conocimiento que tienen 20 estudiantes para profesor de Matemática, de la UPEL-Maracay, en torno a algunos conceptos de la teoría combinatoria, enmarcada en un curso de Probabilidad. Metodológicamente, se trató de una investigación de campo, de carácter descriptivo-interpretativo, y concebida como un estudio de caso. La investigación asumió como referentes teóricos las ideas estocásticas fundamentales (Heitele, 1975), y el desarrollo del razonamiento combinatorio (Piaget e Inhelder, 1951; Fischbein y Gazit, 1988). Para la recolección de la información se aplicó un cuestionario que contendía preguntas abiertas y cerradas y se solicitó una justificación lo más amplia y explícita posible de cada respuesta emitida. Se pudo verificar que la mayoría de los sujetos poseen un razonamiento combinatorio erróneo y deficiente, poniéndose en evidencia algunas de las dificultades reportadas en la literatura.

Palabras Claves: Combinatoria, Razonamiento Probabilístico, Profesores de Matemática en formación.

REFERENCIAS

- [1] Fischbein, E. y Gazit, A. (1988). The combinatorial solving capacity in children and adolescents. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 5: 193-198.
- [2] Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics [Revista en línea]*, 6 187-205.
Disponible: <http://fplfachdidaktik.univie.ac.at/fileadmin/contributiongoetzrevisedj.pdf> [Consulta: 2014, Abril 8]
- [3] Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La g n se de l d e de hasard chez l enfant*. Paris: Presses Universitaires de France.
- [4] Suárez, Y. (2013). *Comprensión y dificultades del razonamiento probabilístico de futuros profesores de Matemática. Caso UPEL Maracay*. Trabajo grado de Maestría no publicado. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico "Rafael Alberto Escobar Lara", Maracay.

^a Email: yhuz553@hotmail.com

Importancia de la Cultura Estadística en la Investigación Científica

Elizabeth Gandica de Roa^{1a}

¹ Departamento de Matemática y Física, Universidad Nacional Experimental del Táchira

Los mayores problemas que enfrenta el desarrollo estadístico tienen su origen en la cultura Estadística, la cual no ha logrado dar a conocer a profesionales (estadísticos y no estadísticos), usuarios públicos y al público en general qué es o qué hace la Estadística. Como consecuencia de esta situación, es fácil comprobar que en el ámbito académico, profesionales con poco o ningún conocimiento en Estadística asumen responsabilidades en dirección técnica de actividades que involucran el desarrollo del conocimiento estadístico, como ocurre con la docencia en Estadística, en los distintos niveles de la educación formal. En cuanto al público en general, existe una percepción generalizada respecto a que las estadísticas "mienten"; "son frías" ²"no son confiables", esta última, porque "siempre hay margen para un error".   Pueden las actividades estadísticas llevarse a cabo adecuadamente, si quienes son responsables de esta labor, tienen una errada concepción de lo que significa Estadística? En la presente investigación se analizan cuales son los componentes de la Cultura estadística que subyace en los tutores de tesis de las universidades venezolanas, partiendo de que estos tienen una gran responsabilidad cuando emprende su trabajo como asesores y conductores de dichas tesis.

REFERENCIAS

- [1] A. Salcedo, *Cultura, Razonamiento y Pensamiento Estadístico*. Hipótesis Alternativa 6 (1) (2005) 2-6.
 [2] C. Batanero, *Didáctica de la Estadística*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada (2001)

^a Email: egandica@unet.edu.ve, lizgandi@hotmail.com

ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD A TRAVÉS DE LA WEB 2.0

Yerikson Suárez Huz^{1a2a}

¹ Universidad Pedagógica Experimental Libertador

² Instituto Pedagógico "Rafael Alberto Escobar Lara" de Maracay

El estudio del azar, la aleatoriedad, y la probabilidad, ha sido un asunto del que se ha ocupado el hombre desde tiempos ancestrales; debido a las múltiples controversias y paradojas presentes; y a la variedad de visiones y enfoques para su comprensión. Además, la sociedad contemporánea demanda de sus ciudadanos, capacidad y destreza en el manejo de habilidades vinculadas al razonamiento probabilístico, esto es, el estudio de situaciones reales que involucran en mayor o menor medida condiciones de incertidumbre y aleatoriedad, con el propósito de mejorar, entre otras cosas, la facultad de tomar decisiones. Sin embargo, en la literatura especializada se reportan diversas dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Probabilidad (Suárez, 2013). De allí que, gracias al uso de la Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) en el contexto escolar, actualmente se promueven ambientes de aprendizaje que permiten desarrollar nuevas experiencias educativas que le otorgan al estudiante un papel más proactivo en la construcción del conocimiento. Es por ello que, en particular, el empleo de herramientas tecnológicas propias de la Web 2.0 emerge como una alternativa formativa en contenidos relacionados con la teoría de la Probabilidad. Con la finalidad de promover el uso de la TIC en la enseñanza de este tema, se describe en la siguiente ponencia el diseño de un EduBlog, sustentado teóricamente en el análisis de contenido (Gómez, 2005), el uso de los Mapas de Enseñanza-Aprendizaje (Orellana, 2002), y las ideas estocásticas fundamentales (Heitele, 1975). Metodológicamente, se trata de una investigación documental, ya que para el diseño del Blog se realizó un estudio a priori de fuentes documentales y electrónicas. Se espera que su utilización, por parte de los estudiantes, permita desarrollar en ellos habilidades y destrezas tanto el manejo de las herramientas tecnológicas, como el abordaje y comprensión de los contenidos de probabilidad.

REFERENCIAS

- [1] Gómez, P. (2005, Diciembre). El análisis didáctico en la formación inicial de profesores de Matemáticas de secundaria. [Documento en línea]. Comunicación presentada en Seminario de Análisis Didáctico en Educación Matemática, Málaga. Disponible: <http://funes.uniandes.edu.co/394/1/GomezP05-2797.PDF> [Consulta: 2014, Junio 17]
- [2] Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics* [Revista en línea], 6 187-205. Disponible: <http://fplfachdidaktik.univie.ac.at/fileadmin/contributiongoetzrevisedj.pdf> [Consulta: 2012, Abril 8]
- [3] Orellana, M. (2002). ¿Qué enseñar de un Tópico o de un Tema? *Enseñanza de la Matemática* 11(2), 21-42.
- [4] Suárez, Y. (2013). Comprensión y dificultades del razonamiento probabilístico de futuros profesores de Matemática. Caso UPEL Maracay. Trabajo grado de Maestría no publicado. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico "Rafael Alberto Escobar Lara", Maracay.

^a Email: yhuz553@hotmail.com

Ecuaciones irracionales. Un enfoque no tradicional para su resolución.

Larry Mendoza^{1a}, Eusebio Ariza García^{2b}

¹ UNEXPO. Vicerrectorado Luis Caballero Mejías

² Universidad Simón Bolívar

Tradicionalmente, el método que se sigue para resolver ecuaciones irracionales consiste en transformar estas ecuaciones en otras que no lo son. Al resolver estas últimas se sustituyen las soluciones obtenidas en la ecuación original para ver cuál de estas soluciones la satisfacen. A las que no cumplen con la ecuación original se les conoce con el nombre de *soluciones extrañas*. El enfoque que proponemos consiste en considerar no solamente la transformación de la ecuación original en otras ecuaciones más sencillas, sino también los conjuntos en donde deben estar las soluciones tanto de la ecuación original como de las obtenidas al transformar esta. Tomando en cuenta estos conjuntos, no es necesario sustituir las soluciones obtenidas en la ecuación original, sino que del estudio hecho en el camino se puede deducir cuáles son soluciones reales y cuáles son extrañas.

REFERENCIAS

- [1] Dorofiev, G., M. Potapov, and N. Rozov. Temas selectos de matemáticas elementales. Mir, 1973.
- [2] Gurevich, Vladimir J. .^ Reasonable Restriction Set for Solving Radical Equations."Mathematics teacher 96.9 (2003): 662-664.
- [3] Mendoza, Larry, José Luis Vásquez, and Franklin Colina. "Determinación de soluciones espurias para ecuaciones irracionales."

^a Email: prodimat@gmail.com

^b Email: Euariza@usb.ve

EL PODER QUE SE PRACTICA, ANALIZADO DESDE MICHEL FOUCAULT, EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Milagros Elena Rodríguez^{1a}

¹ Investigadora Postdoctoral, Matemático, Doctora en Innovaciones Educativas, Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre, Departamento de Matemáticas

Desde las concepciones de Foucault se analiza el poder que se ejerce en la enseñanza de la matemática, desde luego en las instituciones educativas y el estudiante. Cuándo se habla aquí de poder se trata de un tipo específico de relaciones y prácticas entre individuos; se da en la interacción entre los docentes y estudiantes y está mediada por una serie de tensiones que favorecen o inhiben la intencionalidad formativa de dichas instituciones. Se trata de la imposición de la diáda conocimiento matemático-poder en el aula. Desde las concepciones del Genealogista mencionado anteriormente se puede concluir que cuando el poder se transita a los estudiantes se puede tener una Educación Matemática exitosa; pero que cuando su ejercicio se hace negativamente donde el docente no toma en cuenta el conocimiento previo del estudiante, su contexto entre otras; y no hace circular el poder en el aula, ejerciendo una relación epistemológica sujeto-objeto, se desencadenan efectos adversos a la verdadera finalidad que debe tener la Educación Matemática como: violencia, discriminación, aislamiento, rechazo y pasividad frente a la ciencia formal, que no contribuyen al desarrollo humano del estudiante.

Palabras clave: enseñanza de la matemática; conocimiento matemático-poder; sujeto-objeto; desarrollo humano.

^a Email: melenamate@hotmail.com

DIAGNÓSTICO DE LA MOTIVACIÓN Y HABILIDADES COGNITIVAS DESDE LA NEUROCIENCIA

Gloria Parada^{1a}

¹ Universidad Nacional Experimental del Táchira

En la actualidad el panorama de la educación es crítico, desde la Matemática semestre a semestre nos enfrentamos a estudiantes que para comenzar no tienen ni hábitos ni métodos de estudio, no manejan las estructuras lógicas necesarias para lograr un razonamiento deductivo, si bien reconocen la importancia del estudio de la Matemática, desconocen el porqué, y en general tienen deficiencias profundas en conceptos elementales de Matemática. Esto trae como consecuencia natural un bajo rendimiento que a su vez genera frustración, en algunos casos extremos los estudiantes al sentirse impotentes ante los desafíos que la universidad les asigna, abandonan el estudio. Como docentes el reto al cual nos enfrentamos es romper esa espiral de desgaste, en este trabajo se pretende elaborar el diagnóstico que detalle las habilidades cognitivas que los estudiantes manejan y cuáles son las causas que los motivan al estudio en vista de generar estrategias motivadoras que desarrollen dichas habilidades con base en la Neuroeducación.

REFERENCIAS

- [1] R.Puebla, y M.Talma. Educación y Neurociencias. La conexión que hace falta. *Estudios Pedagógicos* Vol 37 núm 2, (2011)379–388.
- [2] R. Salas. ¿La educación necesita realmente de la Neurociencia? *Estudios Pedagógicos*. Núm 29, (2003) 155–171.
- [3] M. Elvira. Motivación y Neurociencia: Algunas implicaciones educativas. *Acción Pedagógica* Núm 20, (2011) 104–109.

^a Email: gparada@unet.edu.ve

PLANIFICACIÓN DE LA MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN DEL NUEVO DOCENTE

HERNÁNDEZ, Tirso^{1a}, BARRA, Marco²

¹ Programa de Física -Departamento de Ciencias Naturales -Instituto Pedagógico de Maturín Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Monagas –Venezuela

² Programa de Matemática-Departamento de Matemática-Instituto Pedagógico de Maturín Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Monagas –Venezuela

La principal competencia profesional que debe desarrollar el profesor de Matemática es la de ser capaz de realizar eficientemente la tarea de enseñar la disciplina. Para ello no es suficiente tener un conocimiento matemático a nivel superior, además requiere habilidades para planificar, gestionar y evaluar el contenido matemático. Este trabajo se centra en algunos abordajes teóricos que plantean opciones para decidir qué enseñar sobre un tópico matemático y cómo enseñarlo, entre ellos el Mapa de Enseñanza-Aprendizaje –MEA- (Orellana, 2002), en cuya construcción se hace un análisis del contenido en términos de: fundamento matemático, vinculación intra y extra matemática, exploración gráfica y cálculo manual y con uso de tecnología, desarrollo histórico y generalizaciones; y el Análisis Didáctico (Gómez, 2002) centrado en cuatro análisis: de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación, como una conceptualización del modo en que el profesor debería diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de aprendizaje de un tópico específico. Se describen experiencias de aplicación del MEA a

un tema de Cálculo a nivel universitario y del Análisis Didáctico a contenidos de Estadística Descriptiva en educación media, que brindan respuestas satisfactorias a las interrogantes de qué y cómo enseñar un tema de matemática escolar.

Palabras Claves: Formación docente, planificación matemática escolar, análisis didáctico.

REFERENCIAS

- [1] Orellana, M. (2002). Qué enseñar de un tópico o de un tema. Enseñanza de la Matemática. 11, 21-42.
 [2] Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en Matemáticas. Revista EMA. 7(3), 251-292.

^a Email: thernandez@ipm.upel.edu.ve, tjhernandez19@gmail.com

TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA CONTEXTUALIZADA A TRAVÉS DE LA COTIDIANIDAD, CULTURA Y ETNEAS VENEZOLANAS

Yacelys Isabel Gutiérrez^{1a}

¹ Universidad de Oriente. Núcleo de Sucre. Departamento de Currículo y Administración Educativa. Docente: Didáctica Especial de la Matemática

La educación actual venezolana busca una enseñanza basada en valores, humanismo y sensibilidad social, donde es deber del docente buscar estrategias innovadoras que despierten las inquietudes e intereses de los estudiantes, sobre todo en la enseñanza de la matemática, esta es impartida de forma técnica y estructural, sin tomar en cuenta las relaciones de esta ciencia con la vida del estudiante. Este trabajo es de tipo teórico reflexivo, se busca fundar la transposición didáctica de la enseñanza de la matemática desde lo cotidiano y más significativo para el estudiante, tomando en cuenta categorías que se dediquen a la mayor comprensión de los saberes matemáticos, adaptándolos a la cultura y etneas de su localidad. La transposición didáctica traslada el saber matemático a un saber pedagógico matemático, el saber puro, abstracto y crudo a un saber escolarizado, digno de ser llevado a las aulas de clases, permitiéndole al discente hacer relaciones entre los saberes matemáticos y las experiencias vividas en su entorno social y cultural, haciendo uso de las formas matemáticas propias de las etneas de su localidad, para así llegar a su mente y corazón, fomentando un aprendizaje relevante que despierte el desarrollo del pensamiento lógico y el amor por la matemática, que más que una asignatura, es una ciencia protagónica que forma parte de muchos aspectos de su vida.

Palabras claves: transposición didáctica, saber matemático, cotidianidad, etnomatemática.

^a Email: yacelys_gutierrez@hotmail.com

INTERRELACIÓN CONCEPTUAL DE LA MATEMÁTICA CON LA CIENCIA – VIDA – Y EL DESARROLLO HUMANO INTEGRAL

Milagros Elena Rodríguez^{1a}

¹ Investigadora Postdoctoral, Matemático, Doctora en Innovaciones Educativas, Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre, Departamento de Matemáticas

Se presenta una investigación reflexiva que pone en el escenario la matriz conceptual que relaciona la matemática y el desarrollo humano integral, a través del binomio ciencia - vida. Este permite pensar a la matemática desde todos los saberes: científico, cotidiano, popular, entre otros y dicha ciencia lógica al servicio de la vida del ser humano; a su desarrollo, humanización, bienestar y formación. Dicho binomio, invita a retomar las ciencias al servicio del ser humano de su ser integro tendente cada día más a la

humanización; el progreso de las ciencias acompañado de un progreso moral, con una ética responsable, las ciencias al servicio del hombre y no esté al servicio de las ciencias.

Palabras clave: matemática, desarrollo humano integral, cienciaavida, humanización.

^a Email: melenamate@hotmail.com

PROPUESTA DE APOYO PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE PLATAFORMAS TECNOLÓGICAS

Jahn Franklin Leal^{1a}, Edgar Alejandro Heredia^{2b}

¹ Universidad de Los Andes

² Ministerio de Educación Universitaria Ciencia y Tecnología

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en las primeras etapas de la educación universitaria requiere de gran atención en el desarrollo académico del sector universitario y en general, de la nación. En función de esto, la Fundación Infocentro del Ministerio de Educación Universitaria Ciencia y Tecnología, desarrolla contenidos digitales, didácticos e interactivos para apoyar los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática a través de la plataforma de la educación a distancia, apoyados bajo la metodología CMMI® Services. Mediante este proyecto se pretende crear unidades académicas, unidades de aprendizaje y unidades administrativas, entre otros, bajo una metodología de estándar mundial, que garantice guiar el desarrollo y madurar las prácticas educativas de la matemática en el sector universitario.

REFERENCIAS

- [1] Bender, T. *Discusión-based Online Teaching to Enhance Student Learning*. USA: Stilus.(2003)
- [2] Chacín, M. N. *Teorías de aprendizaje y de instrucción aplicadas al diseño instruccional de cursos Web*. Congreso Internacional EDUTECH, Caracas. (2004).
- [3] Fuentes, M., Chacín, M. y Briceño, M.. *La Cultura de la Evaluación en la Sociedad del Conocimiento*. Caracas: E:T:P:D:B.(2003)
- [4] Kearsley, G. *Online Teaching*. Canadá: Wadsworth. (2000)
- [5] Lara, *La evaluación formativa a través de Internet*.p.p. 105-118. En: Cebrián, M. *Enseñanza Virtual para la Innovación Universitaria*. España, 2003.
- [6] McVay L.,Falmer. M. *The Online Educador*. London: Routledge/(2002).
- [7] Mendoza, L. R. *Modelo de Evaluación para la Adquisición de Sistemas Administradores de Instrucción*. Congreso Internacional EDUTECH 2003.

^a Email: jleal@ula.ve

^b Email: alejoherediac@gmail.com

Aspectos Didácticos en el ajedrez, en relación con la Matemática

Jesús M. Varela M.^{1a}, Gerardo Iseas^{1b}

¹ Universidad del Zulia

El ajedrez, el afamado juego ciencias, es tomado en este trabajo como instrumento para resaltar conceptos matemáticos y relaciones matemáticas, desde un punto de vista didáctico, como son: el concepto de número cardinal, número ordinal, número par, número impar, sucesiones aritméticas, sucesiones geométricas, ... y otros, como relaciones de equivalencias, clases de equivalencias, conjuntos cocientes,...

REFERENCIAS

- [1] Garcia L., Edelmira. "Ajedrez para el desarrollo de la inteligencia" *El juego Ciencias Editores* Vol. 1, (1996)
- [2] Oneto, Angel, "Números, Anillos y Cuerpos" *Editorial de la Universidad del Zulia (Ediluz)* Vol. 1, (2001)
- [3] VARELA, J. "Lógica, Conjuntos y Números Enteros", Trabajo de Ascenso, Maracaibo, 2000
- [4] Suppes P. y Hill SH. , "Introducción a la lógica matemática", EDITORIAL REVERTÉ, S. A., Barcelona 1982.
- [5] Lentin A. y Rivaud J., "Álgebra Moderna", Ediciones Juan Bravo, Madrid, 1969

^a Email: Jvarela@Luz.edu.ve

^a Email: gaisea3@gmail.com

UNA VISUALIZACIÓN DEL TVM USANDO MAPLE.

Jonathan Linares.^{1a}

¹ DEPARTAMENTO DE MEDICIÓN Y EVALUACIÓN. FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN.ULA.

En [1], Bartle y Sherber, conceptualizan el análisis matemático como la rama de las matemáticas en la que se hace uso sistemático de varios conceptos de límites. Esta idea de sistematizar conceptos del análisis tiene su origen en Cauchy, quien se interesó por encontrar formas organizadas para presentar los temas matemáticos a ser enseñados. Según comentan Moreno e Imaz en [4], la sistematización que Cauchy propuso tenía una enorme carga visual que guió el pensamiento matemático durante algún tiempo. Estos autores creen que las ideas de límite y función continua de Cauchy respetan la intuición del espacio continuo que poseen los estudiantes de Cálculo en las universidades. Por ello, creen que a ese nivel no se puede renunciar a los recursos visuales que vienen de la mano de una organización basada en el continuo geométrico.

De Guzmán en [3], comenta que las ideas, conceptos y métodos matemáticos tienen una gran riqueza de contenidos visuales, representables geoméricamente, cuyo uso resulta muy provechoso, para la presentación y manejo de tales conceptos y métodos y en la manipulación con ellos para resolver problemas matemáticos. A su vez, señala que en el análisis matemático la visualizaciones son extraordinariamente útiles en el contexto de la matematización, investigación y de la enseñanza-aprendizaje.

De acuerdo con lo anterior, los recursos y contenidos visuales que presentan las ideas, conceptos y métodos matemáticos, pueden ser aprovechados a través de las bondades de programas como Maple. Este programa constituye una poderosa herramienta versátil e interactiva tanto para las actividades de investigación como para las de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Mediante Maple, podemos disminuir nuestras limitaciones para hacer representaciones gráficas, lo cual es de gran utilidad a la hora de visualizar para enseñar y aprender.

En esta propuesta de disertación trato de mostrar las ideas señaladas usando, en particular, el TVM de Lagrange, pues considero que este teorema presenta una riqueza visual que permite ejemplificar lo expuesto anteriormente.

REFERENCIAS

- [1] Bartle, R. y Sherbert, D. (1992). *Introducción al Análisis Matemático de una variable*. 1^a edición (Sexta reimpresión). Noriega Editores. México.
- [2] Boyer, C. (1986). *Historia de la Matemática*. 1^a edición. Alianza Editorial. Madrid-España.
- [3] De Guzmán, M. (2010). *El rincón de la pizarra. Ensayos de visualización en análisis matemático*. 4^a edición. Ediciones Pirámide. Madrid-España.
- [4] Ímaz, C. y Moreno, L. (2010). *La Génesis y la Enseñanza del Cálculo*. 1^a edición. Editorial Trillas. México.

[5] Linares, J. (2010). *Matemática III. Cálculo Diferencial e Integral de funciones de varias variables utilizando Maple*. 1ª edición. Consejo de Publicaciones de la Universidad de Los Andes. Mérida-Venezuela.

[6] Nelsen, B. (2001). *Demostraciones sin palabras. Ejercicios de Pensamiento Visual*. 1ª edición. Proyecto Sur de Ediciones, S.L. España.

^a Email: jonathan@ula.ve jonathandejesusl@ulayahoo.es

APLICACIÓN DE LA LÚDICA COMO ESTRATEGIA PARA OPTIMIZAR EL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN MATEMÁTICA EN EL LICEO BOLIVARIANO “LA INMACULADA” CUMANÁ ESTADO SUCRE

Betancourt M., M. J^{1a}, Betancourt M., O. L.^{1a}

¹ Escuela Técnica Industrial Robinsoniana Emilio Tébar Carrasco

Cualquier contenido curricular puede incorporarse como un juego. A un estudiante o al mismo docente se le puede ocurrir cierta idea, la comparten con sus compañeros o colegas, la revisan, determinan desde dónde y cuánto de ese contenido volcar en el juego, qué estructura se le puede dar, qué elementos emplear, etc. Hacen un prototipo, lo juegan entre ellos, lo retocan y rehacen si es necesario, se lo presentan a un grupo de niños, verifican que para ellos la actividad resulta un verdadero juego, entonces, puede decirse que nació un juego didáctico. Por tal razón este trabajo se enfoca en determinar las estrategias metodológicas que permitan optimizar el rendimiento académico en el área de matemática en los discentes del primer año sección “B” en el Liceo Bolivariano “La Inmaculada” a través de la lúdica. El Objetivo General que se persigue es Proponer estrategias metodológicas que permitan optimizar el rendimiento académico en el área de matemática en los discentes del primer año sección “B” en el L. B. “La Inmaculada” y los Objetivos Específicos: Analizar las bases teóricas y legales que permitan sustentar la aplicación de estrategias metodológicas para un rendimiento académico óptimo; Identificar los factores que influyen en el bajo rendimiento de los estudiantes en el área de matemática; Determinar las estrategias metodológicas utilizadas por los docentes para la enseñanza en el área de matemática; Aplicar actividades lúdicas como estrategias metodológicas en el proceso de enseñanza de la matemática; Ejecutar las estrategias metodológicas que permitan optimizar el rendimiento académico de los estudiantes en el área de matemática. El Nivel de la Investigación fue Descriptiva y el Diseño de Campo. La investigación se llevó a cabo mediante la recolección de datos a través de entrevistas, observaciones directas y forma de nota de campo, facilitando obtener los resultados por medio de la relación investigador-investigados, lo que permitirá describir el rendimiento académico en particular en el área de matemática, siendo estos datos registrados en un libro de notas. La descripción de las distintas operaciones a las que fueron sometidos los datos que se obtuvieron fueron: clasificación, registros, tabulaciones y codificación si fuese el caso. El emplear actividades lúdicas como estrategias metodológicas en el proceso de enseñanza de la matemática, facilita tanto al docente como al estudiante, el desarrollo de la clase y el logro de los objetivos propuestos. El rendimiento y el interés prestado por parte de los estudiantes al momento de la ejecución de las estrategias metodológicas ayuda de manera significativa en su desarrollo como profesional. Desde la clase de matemática se puede llevar al alumno hacia la comprensión del carácter científico de la concepción del mundo, obligando a concebir que la matemática es aplicable a la realidad y al mismo tiempo aplicable a ella porque lleva implícito un saber que trasciende los límites de las nociones así como los hechos observados.

Palabras claves: Juego, Lúdica; Enseñanza.

REFERENCIAS

[1] Betancourt, J (2007). Planificación de juegos lúdicos como estrategia para mejorar la enseñanza y aprendizaje de la matemática. UVAM-Valera.

[2] Sarmiento, M. (2004). La Enseñanza de la Matemática y las Nuevas Tecnologías: una Estrategia de Formación Permanente. Trabajo de Grado. Universidad de los Andes

^a Email: mariabm84@hotmail.com

CONSTRUCCIÓN DE LAS CÓNICAS, APLICANDO CIRCUNFERENCIAS TANGENTES, COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA.

Reinaldo Loero^{1a}, Richard Malavé^{2b}

¹ Departamento de informática, Universidad Politécnica Territorial del Oeste de Sucre Clodosbaldo Russian

² Departamento de Electricidad, Universidad Politécnica Territorial del Oeste de Sucre Clodosbaldo Russian

En los últimos años las curriculas escolares han experimentado cambios que han tenido grandes consecuencias en los procesos de enseñanza de las matemáticas y en especial de la geometría. Se nota por medio de observación directa la falta de motivación de los docentes en el proceso de enseñanza de temas geométricos en este caso las cónicas, considerando a la geometría como el problema para sus clase ya que se le hace difícil de enseñarla, por tal motivo son colocadas en los últimos lugares de los curriculas escolares. Se propone en esta investigación diseñar una estrategia metodológica, utilizando circunferencias tangentes para enseñar las cónicas en este caso la hipérbola, el estudiante debe poner en práctica los conocimientos adquiridos en su año escolar. Esta investigación se enmarca en el constructivismo donde el estudiante deben construir su aprendizaje con los conocimientos previos, de igual forma los docentes deben emplear nuevas estrategias para la enseñanza de la geometría con el fin de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la misma y así motivar al estudiante se relacione más con la geometría y con las matemáticas en general para una mejor educación del estudiante.

Palabras claves: Hipérbola, circunferencias tangentes, mediatriz.

^a Email: loeroreinaldo@gmail.com

^b Email: malave_r@hotmail.com

EL APRENDIZAJE COOPERATIVO COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN LA RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

CENTENO R., M. V.^{1a}, HERNÁNDEZ S., M. M.^{2b}

¹ UNIVERSIDAD DE ORIENTE NÚCLEO DE SUCRE ESC. DE CIENCIAS DPTO. DE MATEMÁTICAS

² UNIVERSIDAD DE ORIENTE NÚCLEO DE ANZOÁTEGUI UNIDAD DE ESTUDIOS BÁSICOS DPTO. DE CIENCIAS

En la actualidad, se llevan a cabo investigaciones que analizan los procesos de aprendizaje de los estudiantes, las dificultades en la comprensión de conceptos matemáticos o el desarrollo de métodos alternativos de enseñanza y aprendizaje. De acuerdo a Villarreal(s/f), existe una problemática evidente en el logro de los objetivos en la Educación Universitaria, donde se observa abandono de las asignaturas, bajo rendimiento académico, repitencia y otros indicadores que conllevan a la necesidad de formular estrategias didácticas en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, hecho del cual no escapa la UDO-Anzoátegui. La mayoría de los estudiantes que cursan Métodos Numéricos para Ingenieros, en la UDO-Anzoátegui, presentan problemas para la resolución de las ecuaciones lineales; ya que no logran captar la importancia de éstas, en cuanto a la aplicabilidad de las ecuaciones para resolver problemas de la vida diaria, generándose así un bajo rendimiento al aplicar la evaluación del tema ecuaciones lineales. Es por ello, que esta investigación consistió en realizar un estudio del uso del aprendizaje cooperativo como estrategia didáctica para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

REFERENCIAS

[1] M. Villarreal. (s/f). *La integración en Educación Matemática*. Universidad Nacional de Córdoba. Córdoba-Argentina.

^a Email: manuelcenteno11@gmail.com

^b Email: mmhsalazar@hotmail.com

DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA EN EL MARCO DE LA PEDAGOGÍA CRÍTICA EN EL SUBSISTEMA DE EDUCACIÓN BÁSICA: TRANSVERSALIDAD DE LA MATEMÁTICA

Betancourt M., O. L.^{1a}

¹ ESCUELA TÉCNICA AGROPECUARIA ROBINSONIANA DE PESCA. UNIVERSIDAD NORORIENTAL PRIVADA GRAN MARISCAL DE AYACUCHO

Uno de los problemas que afronta los sistemas educativos a nivel mundial es la formación de profesionales capaces de responder a los nuevos desafíos en el campo científico, técnico, tecnológico y educativo para transformar de manera activa y creadora, la realidad en beneficio del propio hombre, elevando las demandas que se le presenta a la universidad en el ámbito pedagógico, vinculadas a la formación de profesionales competentes para hacer frente al obsoleto y vigente paradigma tradicional de enseñanza, que aún mantiene su legado en la mayoría de las instituciones educativas a nivel nacional e internacional. En este sentido el Ministerio del Poder Popular para la Educación se pronunció a favor de cambios sustanciales en la enseñanza de la matemática así como de otras disciplinas, al plantear en sus Talleres de Formación Docente: "En un mundo en rápido cambio, se percibe la necesidad de una nueva visión y un nuevo modelo de enseñanza superior, que debería estar centrado en el estudiante, lo cual exige reformas en profundidad, así como una renovación de los contenidos, métodos, prácticas y medios de transmisión del saber". Por tal razón se busca llevar a las instituciones educativas este nuevo paradigma de trabajo que no solo busca el fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática como disciplina sino más bien que los estudiantes, docente y padres y/o representantes, se involucren de lleno en el mismo para así juntos aprender a aprender, apuntando hacia el logro de metas comunes que conduzcan a la transformación de la sociedad donde nos desenvolvamos para así crecer en el personal y en la profesional siendo ciudadanos aptos para la vida.

Palabras Claves: Transformación, Paradigma, Transversalidad.

REFERENCIAS

[1] Godino, J. D. (1993). Paradigmas, problemas y metodologías de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *Quadrante*, 2 (1), pp. 9-22

[2] Rico, L. Sierra, M. y Castro, E. (2000). Didáctica de la matemática. En, L. Rico y D. Madrid (Eds), *Las Disciplinas Didácticas*

^a Email: orlando22.themath@hotmail.com

EL ACOMPAÑAMIENTO EN LÍNEA COMO ESTRATEGIA PARA EL CAMBIO EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

José Javier Salas^{1a}

¹ Universidad Católica Andrés Bello

Las prácticas tradicionales en la enseñanza de la matemática son, hoy por hoy, las prácticas más usadas en las aulas de clase. Este hecho sumado a la fuerte inclinación de los estudiantes por el manejo de las Tecnologías de la Información, entre ellas, el uso de las redes sociales, ha incrementado el abismo entre maestros o profesores y sus discípulos.

Desde la experiencia ucabista podemos afirmar que los cursos y talleres destinados a la actualización docente desarrollados durante el periodo 2007 – 2010 en el área de matemáticas significaron momentos de adquisición de conocimientos, reflexión de las prácticas y análisis de nuevas propuestas. Sin embargo no alcanzaron el objetivo superior, la incorporación de nuevas y mejores prácticas al ejercicio cotidiano del docente.

Desde el año 2012 la propuesta de actualización docente en enseñanza de la matemática ha incorporado un componente de acompañamiento en línea que ha permitido evidenciar los cambios en la dinámica de clases de los profesionales de la educación durante el desarrollo de los programas de formación. Así pues, durante los programas de actualización ucabistas los responsables de los módulos de formación acompañan el proceso de implementación de nuevas y mejores prácticas en las aulas de clase de los profesores y maestros participantes. Enriqueciendo la construcción colectiva de la didáctica de la matemática a través de los foros, entrega de informes, conversaciones y otras actividades alojadas en la plataforma virtual.

El presente trabajo recoge las experiencias docentes de los profesionales de la educación que formaron parte de la primera cohorte de egresados del programa Diplomado en Enseñanza de la Matemática y muestra como aún después de 2 años de culminado el curso los maestros y profesores hacen patente un cambio en su dinámica de aula. Finalmente se presenta una descripción de los programas de formación diseñados bajo esta modalidad.

Palabras claves: Enseñanza de la matemática, acompañamiento online, moodle, didáctica de las matemáticas.

REFERENCIAS

- [1] Asmad U., Cuglievan G., Cruz G., y Moreano G. (2008). Concepciones sobre la enseñanza de matemática en docentes de primaria de escuelas estatales, *Rev. psicol.* (Lima) v.26 n.2.
- [2] López C. (2011). Mejores Prácticas en la Enseñanza de las Matemáticas: La integración de las TICs. SCOPEO, El Observatorio de la Formación en Red. Boletín SCOPEO n°34.
- [3] Salas J. (2010). Conociendo a π . Una excusa para aprender EDUCAB Revista de la Escuela de Educación Universidad Católica Andrés Bello, pp. 183 – 202

^a Email: jsalas@ucab.edu.ve

Sesión

Funciones de Variación Acotada y Convexa

Convexidad Fuerte y Teoremas de Separación

Nelson J. Merentes D.^{1a}

¹ Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela

En esta charla se presentan caracterizaciones de pares de funciones que pueden ser separadas por una función fuertemente convexa, función aproximadamente concava o función c -cuadrática-afín. Como consecuencia, se obtienen resultados de estabilidad del tipo Hyers-Ulam.

REFERENCIAS

- [1] K. Baron, J. Matkowski, K. Nikodem, A sandwich with convexity, *Math. Pannonica* 5/1 (1994), 139-144.
- [2] N. Merentes, K. Nikodem, Remarks on strongly convex functions, *Aequationes Math.* 80 (2010), 193-199.
- [3] K. Nikodem, Strongly convex functions and related classes of functions. In Th. M. Rassias (Ed.) *Handbook of functional equations. Functional inequalities, Springer Optimizations and its applications*, vol. 95, 2015, 365-405.
- [4] K. Nikodem, Zs. Páles, Generalized convexity and separation theorems, *J. Conv. Anal.* 14/2 (2007), 239-247.
- [5] K. Nikodem, Zs. Páles, Characterization of inner product spaces by strongly convex functions, *Banach J. Math. Anal.* 5 (2011), no.1, 83-87.
- [6] K. Nikodem, Zs. Páles, Sz. Wąsowicz, Abstract separation theorems of Rode type and their applications, *Ann. polon. Math.* 72 (1999), 207-217.
- [7] K. Nikodem, E. Sadowska, Sz. Wąsowicz, A note on separation by subadditive and sublinear function, *Ann. Math. Silesianae* 14 (2000), 33-39.
- [8] A. W. Roberts and D. E. Varberg, *Convex functions*, Academic Press, New York-London, 1973.

^a Email: nmerucv@gmail.com

Principio de Selección del tipo Helly

Odalís M. Mejía G.^{1a}

¹ Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela

En esta charla se presenta un breve resumen histórico del Principio de Selección del tipo Helly o segundo Teorema de Helly para el espacio de las funciones de Variación generalizada, el cual es un resultado de compacidad que ha sido objeto de intensa investigación, muchas aplicaciones y generalizaciones.

REFERENCIAS

- [1] V. V. Chistyakov, Selections of bounded variation, *Journal of Applied Analysis*, vol. 10, no. 1, (2004) 1-82.
- [2] D. S. Cyphert and J. A. Kelingos, The decomposition of functions of bounded χ -variation into differences of χ -decreasing functions, *Studia Mathematica*, vol. 81, no. 2, (1985) 185-195.
- [3] D. Fraňková, Regulated functions, *Mathematica Bohemica* No. 1,116 (1991) 20-59.
- [4] S. Fuchino, S. Plewik, On a theorem of E. Helly, *Proceeding of the american mathematical society*, 127, no. 2, (1999) 491-497.
- [5] H. Hanche-Olsen and H. Holden, The Kolmogorov-Riesz compactness theorem, *Expositiones Mathematicae*, vol. 28, no.4, (2010) 385-394.

- [6] M. Hormozi, A. A. Ledari, F. Prus-Wisniowski, ON p - Λ -Bounded variation, Bulletin of the Iranian Mathematical Society Vol. 37 No. 4 (2011), 35-49.
- [7] A. P. Kreuzer, Bounded variation and Helly's selection theorem, Universität der Bundeswehr München, October 10th, 2013.
- [8] A. P. Kreuzer, Bounded variation and the strength of Helly's selection theorem, Logical Methods in Computer Science, Vol. 10(4:16) (2014), 1-23.
- [9] J. E. Porter, Helly's selection principle for functions of bounded p -variation, The Rocky Mountain Journal of Mathematics, vol. 35, no. 2, (2005), 675-679.
- [10] O. Mejia, N. Merentes, B. Rzepka, Locally Lipschitz composition operators in space of functions of bounded $\kappa\Phi$ -variation, Journal of function spaces, vol. 2014, (2014) 1-8.

^a Email: odalism_18@yahoo.com

Sobre el operador de composición uniformemente acotado en el espacio de las funciones de $\kappa\varphi$ -variación acotada

M. Castillo^{1a}, S. Rivas^{2b}, María Sanoja^{1c}, I. Zea^{1d}

¹ Escuela de Matemáticas, Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela

² Área de Matemática, Universidad Nacional Abierta, Caracas-Venezuela

En esta charla se presenta el espacio de las funciones de $\kappa\varphi$ -variación acotada en el sentido de Riesz-Korenblum ($\kappa BV_{\varphi}[a, b]$), el cual surge de combinar la noción de φ -variación acotada en el sentido de Riesz y κ -variación en el sentido de Korenblum. Se demuestra que, si el operador de composición es uniformemente acotado, éste satisface la condición débil de Matkowski para dicho espacio de funciones.

REFERENCIAS

- [1] M. Castillo, S. Rivas, M. Sanoja and I. Zea, *Functions of bounded $\kappa\varphi$ -variation in the sense of Riesz Korenblum*, Journal of function spaces and applications (2013).
- [2] D. Cyphert and J. Kelingos, *The decomposition of functions of bounded χ -variation into difference of χ -decreasing functions*, Studia Math, LXXXI (1985), 185-195.
- [3] B. Korenblum, *An extension of the Nevalinna theory*, Acta Math, 135 (1975), 187-219.
- [4] S. Ki Kim and J. Kim, *Functions of $\kappa\varphi$ -bounded variation*, Bull. Korean Math. Soc. 23 (1986), No.2, 171-175.

^a Email: mariela.castillo@ciens.ucv.ve

^b Email: sergiorivasa@yahoo.com

^c Email: sanoja_maria@hotmail.com

^d Email: zeaivan@gmail.com

Desigualdad de Jensen y Hermite-Hadamard Para Funciones Fuertemente Convexas Conjunto Valuada

José Lu3s S3nchez H.^{1a}

¹ Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela

En esta charla se presentar3 una contraparte de las desigualdades cl3sicas discretas e integrales de Jensen y la desigualdad de Hermite-Hadamard para funciones fuertemente convexas conjunto valuadas.

REFERENCIAS

- [1] H. Huang, Global error bounds with exponents for multifunctions with set constraints, *Communications in Contemporary Math.* 12 (2010), 417-435.
- [2] H. Leiva, N. Merentes, K. Nikodem and J. L. S3nchez, Strongly convex set-valued maps, *J. Glob. Optim.* 57 (2013), 695-705.
- [3] J. Matkowski, K. Nikodem, An integral Jensen inequality for convex multifunctions, *Results Math.* 26 (1994), 348-353.
- [4] O. Mej3a, N. Merentes, K. Nikodem, Strongly concave set-valued maps, *Mathematica Aeterna* 4 (2014), 477-487.
- [5] N. Merentes and K. Nikodem, Remarks on strongly convex functions, *Aequationes Math.* 80 (2010), 193-199.
- [6] F.-C. Mitroi, K. Nikodem, Sz. W3sowicz, Hermite-Hadamard inequalities for convex set-valued functions, *Demonstratio Math.* 46 (2013), 655-662.
- [7] K. Nikodem, On midpoint convex set-valued functions, *Aequationes Math.* 33 (1987), 46-56.
- [8] K. Nikodem and Zs. P3les, Characterizations of inner product spaces by strongly convex functions, *Banach J. Math. Anal.* 5 (2011), no. 1, 83-87.
- [9] E. Polovinkin, Strongly convex analysis, *Sbornik Mathematics* 187 (1996), 259-286.
- [10] B. T. Polyak, Existence theorems and convergence of minimizing sequences in extremum problems with restrictions, *Soviet Math. Dokl.* 7 (1966), 72-75.
- [11] E. Sadowska, Hadamard inequality and a refinement of Jensen inequality for set-valued functions, *Results Math.* 32 (1997), 332-337.

^a Email: casanay085@hotmail.com

Quasi-monoton3a de Funcionales de κ -variaci3n

Jos3 Gim3nez^{1a}

¹ UNIVERSIDAD DE LOS ANDES FACULTAD DE CIENCIAS DPTO. DE MATEM3TICAS M3RIDA-VENEZUELA

En 1975, Boris Korenblum [1], introdujo la noci3n de funci3n de κ -variaci3n acotada, cuando estudiaba el problema de representaci3n de funciones arm3nicas en el disco unitario, por medio de integrales de Poisson que involucran *premedidas* definidas sobre subintervalos de $[0, 2\pi]$. Esta noci3n difiere de la cl3sica noci3n de variaci3n acotada, en el sentido de Jordan, y de otras conocidas variaciones, en que el concepto de Korenblum maximiza razones entre sumas de Jordan y κ -entrop3as generadas por una funci3n de distorsi3n κ , la cual mide longitudes en el dominio com3n de las funciones. Un aspecto debil de esta noci3n es que los funcionales de κ -variaci3n asociados no son necesariamente mon3tonos con respecto a refinamientos de particiones, ni aditivos sobre uniones de intervalos.

Definición: Una aplicación $\kappa : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, se dice una *función de distortion* si es continua, tiene pendiente infinita en el origen, es no decreciente, concava en $[0, 1]$ con $\kappa(0) = 0$, $\kappa(1) = 1$.

El propósito de la charla es el de mostrar que, sin embargo, los funcionales de κ -variación poseen algunas propiedades de quasi-monotonía. La designación “quasi-monotonía” se refiere al hecho de que dados dos funcionales reales A, B definidos en algún subespacio de $X \subset \mathbb{R}^{[a,b]}$, exista un número positivo M tal que $A(f) \leq MB(f)$ para toda $f \in X$.

REFERENCIAS

[1] B. Korenblum, *An extension of the Nevalinna theory*, Acta Math. 135 (1975), 187- 219.

^a Email: jgimenez@ula.ve

Substitution Operators in the Spaces of Functions of Bounded Variation $BV_\alpha^2(I)$

A. Wadie^{1a}, J. A. Guerrero^{2b}, N. Merentes^{3c}

¹ Universidad de los Andes, Dpto. de Física y Matemática, Núcleo Trujillo

² Universidad Nacional Experimental del Táchira, Departamento de Matemática y Física

³ Universidad Central de Venezuela, Escuela de Matemáticas

The space $BV_\alpha^2(I)$ of all the real functions defined on interval $I = [a, b] \subset \mathbb{R}$, which are of bounded second α -variation (in the sense De la Vallé Poussin) on I form a Banach space. In this space we define an operator of substitution H generated by a function $h : I \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, and prove, in particular, that if H maps $BV_\alpha^2(I)$ into itself and is globally Lipschitz or uniformly continuous, then h is an affine function with respect to the second variable. (**Artículo aceptado en el Bulletin of the Korean Mathematical Society, 10-12-2014**)

REFERENCIAS

[1] A. Acosta, W. Aziz, J. Matkowski and N. Merentes, *Uniformly Continuous Composition Operator in the Space of φ -Variation Functions in the Sense of Riesz*, Matematici. N° 43, (2010), 5-12.

[2] W. Aziz, J. Guerrero and N. Merentes, *Uniformly Continuous Set-Valued Composition Operators in the Spaces of functions of bounded Variation in the Sense of Riesz*, Bull. Pol. Acad. Sci. Math, Vol. 58, N° 1 (2010), 39-45.

[3] W. Aziz, A. Azocar, J. Guerrero and N. Merentes, *Uniformly Continuous Composition Operator in the Space of Functions of φ -variation with weight in the Sense of Riesz*, Nonlinear Analysis, 74, (2011), 573-576.

[4] J. Matkowski, J. Miś, *On a characterization of Lipschitzian operators of substitution in the space $BV[a, b]$* , Math. Nachr., 117, (1984), 155-159.

[5] J. Matkowski, *Uniformly continuous superposition operators in space of bounded variation functions*, Math. Nach. vol. 283, Issue 7, (2010), 1060-1064.

[6] N. Merentes, *On a characterization of Lipschitzian operators of substitution in the space of bounded Riesz φ -variation*, Ann. Univ. Sci. Budapest, 34, (1991), 139-144.

[7] Ch. J. de la Vallée Poussin, *Sur la convergence des formules d'interpolation entre ordonnées équidistantes*, Bull. Acad. Sci. Belge., (1908) 314-410.

^a Email: wadie@ula.ve

^b Email: jaguerrero4@gmail.com

^c Email: nmer@ciens.ucv.ve

El teorema de Kakutani y la existencia del equilibrio Walrasiano

Luis Antonio Azócar Bates^{1a}

¹ Área de Matemáticas, Universidad Nacional Abierta, Caracas, Venezuela

Los teoremas de punto fijo juegan un papel importante en las matemáticas. Posiblemente los más conocidos sean el Principio de Contracción de Banach y el Teorema de Punto Fijo de Brouwer.

El primer y más sencillo teorema del punto fijo es el teorema de Bolzano, 1817, de los valores intermedios de funciones continuas reales. Cauchy, en un artículo publicado en 1835, utilizó un método de aproximaciones sucesivas para dar un teorema de existencia para algunos tipos generales de ecuaciones diferenciales, para los que no se tenían soluciones explícitas. Picard, en 1890, utilizó métodos de aproximaciones sucesivas para garantizar la existencia de soluciones de algunas ecuaciones diferenciables con ciertas condiciones frontera. En 1922, Banach demostró, en su tesis doctoral (“Operadores sobre conjuntos abstractos y sus aplicaciones en las ecuaciones integrales”), el teorema del punto fijo que hoy se conoce como Principio de la Aplicación Contractiva o Principio de la Contracción de Banach. Algunos de los resultados sobre existencia de soluciones de ecuaciones diferenciales, soluciones de sistemas con infinitas ecuaciones e incógnitas, existencia de funciones implícitas, métodos numéricos, existencia de fractales, medidas invariantes, existencia de subespacios invariantes, etc., pueden ser obtenidos como consecuencia de teoremas del punto fijo.

La ponencia estará dedicada al problema de la existencia del equilibrio Walrasiano en una economía de intercambio puro, como una aplicación del **Teorema de Punto Fijo de Kakutani**. Desarrollaremos un modelo matemático que describirá el problema económico, definiremos el concepto de equilibrio walrasiano y finalmente demostraremos, usando el Teorema de Kakutani, la existencia del equilibrio Walrasiano.

REFERENCIAS

- [1] K. Arrow and M. Intriligator, *Historical introduction to mathematical economics*, Handbook of mathematical economics, Vol. 1, 1-14 (1981).
- [2] G. Debreu, *Teoría del valor: un análisis axiomático del equilibrio económico*, Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University, Monograph 17, Bosch, Casa Editorial, Barcelona, 1973.
- [3] W. Hildenbrand and A. Kirman, *Introducción al análisis del equilibrio*, Bosch, Casa Editorial, Barcelona, 1982.
- [4] S. Kakutani, *A generalization of Brouwer's fixed point theorem*, Duke Math. J. 8(1941), 457-459.
- [5] E. Klein and A. Thompson, *Theory of correspondences*, Canadian Mathematical Society Series of Monographs and Advanced Texts, John Wiley and Sons Inc., New York, 1984, Including applications to mathematical economics, A Wiley-Interscience Publication.

^a Email: azocar@yahoo.com

¿Qué Estudiar de un Nuevo Concepto de Función Convexa?

Sergio T. Rivas^{1a}

¹ Instituto Universitario Tecnológico Elías Calixto Pompa, Guatire, Venezuela

En 1905-05 J. L. Jensen introduce formalmente el concepto de Función Convexa ([1], [2]). Sobre este tipo funciones hay una gran variedad de resultados y generalizaciones, como pueden verse en el clásico libro de A. W. Roberts y D. E. Varberg ([5]) y en libros de reciente data ([3], [4]). Algunos de estos resultados se refieren a continuidad y diferenciabilidad

En esta ponencia, exponemos algunas propiedades de las funciones convexas, generalizaciones de las mismas y un listado de tópicos que se pueden estudiar al introducir una nueva variante de estas funciones.

REFERENCIAS

- [1] J. L. W. Jensen, Om Konvekse funktioner og Uligheder mellem Middelveerdier, *Nyt. Tidsskr. Math.*, 16B (1905) 49-69.
- [2] J. L. W. Jensen, Sur les fonctions convexes et les inégalités entre les valeurs moyennes, *Acta Math.* 39 (1906), 175-193.
- [3] N. Merentes, S. Rivas, El Desarrollo dl Concepto de Función Convexa. XXVI Escuela Venezolana de Matemáticas. Mérida, Venezuela, 2013.
- [4] P. Niculescu, L-E. Persson, *Convex Functions and their Applications. A contemporary approach* CMS Books in Mathematics vol. 23, Springer-Verlag, New York, 2006.
- [5] A. W. Roberts, D. E. Varberg, *Convex functions*. Academic Press., 1973.

^a Email: sergiorivasa@yahoo.com

CARACTERIZACIÓN PROBABILÍSTICA DE LAS FUNCIONES FUERTEMENTE CONVEXAS

Abreu Pedro^{1a}, Giménez José^{1b}, Merentes Nelson^{2c}

¹ Universidad de los Andes

² Universidad Central de Venezuela

En este trabajo expondremos la noción analítica de una función fuertemente convexa y algunas de sus propiedades, así como su interpretación geométrica [1], [4]. Se estudiara el concepto de probabilidad de un conjunto, el valor esperado de una variable aleatoria y su desviación estándar. Se dará una caracterización probabilística de las funciones fuertemente convexas y su interpretación geométrica [2]. Y la obtención de algunas desigualdades de tipo Jensen usando esta caracterización [5].

REFERENCIAS

- [1] E. F. Beckenbachh, *Generalized convex functions*, *Bull. Amer. Math. Soc.* **43** (1937), 363-371.
- [2] P. Billingsley, *Probability and Measure*, John Wiley & Sonns, New York, 1995.

- [3] J. B. Hiriart-Urruty, C. Lemaréchal, *Fundamental of convex analysis*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 2001.
- [4] N. Merentes, K. Nikodem, *Remarks on strongly convex functions*, *Aequationes Math.* **80** (2010), 193-199.
- [5] K. Nikodem, Zs. Páles, *Characterization of inner product spaces by strongly convex functions*, *Banach J. Math. Anal.* **5** (2011) 1, 83-87.
- [6] A. Roberts, D. E. Varberg, *Convex Functions*, Academic Press, New York-London, 1973.

^a Email: alexabreun@gmail.com

^b Email: jgimenez@ula.ve

^c Email: nmerucv@gmail.com

Algunas Caracterizaciones de Funciones Fuertemente Convexas en Espacios de Producto Interno

T. Lara^{1a}, N. Merentes^{2b}, E. Rosales^{1c}, M. Valera.^{3d}

¹ Universidad de los Andes

² Universidad Central de Venezuela

³ Universidad Nacional Experimental Simón Rodríguez

En este trabajo mostramos algunas caracterizaciones en términos de desigualdades, para funciones fuertemente convexas definidas en espacios de producto interno. Estos resultados se generalizan para funciones definidas en intervalos reales. Involucran ideas de la primera y segunda derivadas en espacios de producto interno.

REFERENCIAS

- [1] A. Azócar, J. Giménez, K. Nikodem and J.L. Sánchez, *On strongly midconvex functions*, *Opuscula Math.* **31/1** (2011), 15-26.
- [2] J. B. Hiriart-Urruty and C. Lemaréchal, *Fundamentals of Convex Analysis*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2001.
- [3] J. Makó, K. Nikodem and Zs. Páles, *On strong (α, F) -convexity*, *Math. Inequal. Appl.*, **15** (2012), 289–299.
- [4] N. Merentes, K. Nikodem, *Remarks on strongly convex functions*, *Aequationes Math.* **80** (2010), 193-199.
- [5] K. Nikodem and Zs. Páles, *Characterizations of inner product spaces by strongly convex functions*, *Banach J. Math. Anal.* **1**(2011), 83-87.
- [6] B.T. Polyak, *Existence theorems and convergence of minimizing sequences in extremum problems with restrictions*, *Soviet Math. Dokl.* **7** (1966), 72-75.
- [7] A. W. Roberts and D. E. Varberg, *Convex Functions*. Academic Pres. NY. 1973.

^a Email: tlara@ula.ve

^b Email: nmerucv@gmail.com

^c Email: mayrellyvalera@yahoo.es

Sucesiones Fuertemente Convexas

José Giménez^{1a}, Darky González^{1b}

¹ ULA

La noción de convexidad y sus generalizaciones generalmente se definen para funciones con dominios convexos [1]. De manera natural surge la idea de convexidad y fuerte convexidad para sucesiones. El objetivo principal de este trabajo, es mostrar que la convexidad clásica y la fuerte convexidad para funciones se pueden derivar por condiciones elementales de sucesiones reales. Esta definición se basa en [3] (donde la noción de función convexa se define para grupos abelianos), [2] (donde se define δ -convexa) y algunas consideraciones de [4].

REFERENCIAS

- [1] Hyers, D.H., Isac, G., Rassias, Th.M.: Stability of Functional Equations in Several Variables. Birkhäuser, Boston, Basal, Berlin(1998)
- [2] Hyers, D.H., Ulam, S.M: Approximately convex functions. Proc. Am. Math. Soc. 3, 821-828(1952)
- [3] Jarczyk, W., Laczko, M.: Convexity on abelian groups. J. Convex Anal. 16(1), 33-48(2009)
- [4] Tabor, Ja., Tabor, Jo.: Generalized approximate midconvexity. Control Cybern. 38(3), 655-669(2009)

^a Email: jgimenez@ula.ve

^b Email: darkgonzalezmoncada@gmail.com

Operadores Localmente Definidos en Espacios de Funciones de φ -variación Acotada en el Sentido de Riesz

N. Merentes^{1a}, J. A. Guerrero^{2b}, K. Maldonado^{2c}

¹ Universidad Central de Venezuela, Escuela de Matemáticas, Caracas-Venezuela

² Universidad Nacional Experimental del Táchira, Departamento de Matemática y Física

Esta charla trata de los operadores localmente definidos actuando en espacios de funciones reales continuas que tienen φ -variación acotada en el sentido de Riesz.

REFERENCIAS

- [1] K. Lichawski, J. Matkowski, J. Miś, "Locally defined operators in the space of differentiable functions", Bull. Pol. Acad. Sci. Math., 37(1989), 315-325.
- [2] J. Matkowski and M. Wrobel, "Locally defined operators in the space of Whitney differentiable functions", Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications, 68(2008), 2873-3232.
- [3] J. Matkowski and M. Wrobel, "Representation theorem for locally defined operators in the space of Whitney differentiable functions", Manuscripta Mathematica, 129(2009), 437-448.
- [4] M. Wrobel, "Locally defined operators and a partial solution of a conjecture", Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications, 72(2010), 495-506.
- [5] J. M. Wrobel, "Locally defined operators in the space of functions of bounded φ -variation", Real Anal. Exchange 38, N° 1, 2012, 79-94.

^a Email: nmer@ciens.ucv.ve

^b Email: jaguerrero4@gmail.com

^c Email: keithmaldonado@gmail.com

El Operador de Composición conjunto valuada uniformemente acotada que actúa en los espacios de funciones de variación acotada en el sentido de Riesz

Wadie Aziz^{1a}, Nelson Merentes^{2b}

¹ Universidad de Los Andes, Departamento de Física y Matemáticas, Trujillo-Venezuela.

² Universidad Central de Venezuela, Escuela de Matemáticas, Caracas-Venezuela.

Sean $(X, |\cdot|)$, $(Y, |\cdot|)$ dos espacios normados reales, C es un cono convexo en X e Y es un intervalo arbitrario. $clb(Y)$ denota la familia de todos los subconjuntos no vacíos acotados, cerrados y convexos de Y . Para una función conjunto valuada dada $h : I \times C \rightarrow clb(Y)$ consideramos el operador de composición (superposición, Nemytskij) $H : C^I \rightarrow (clb(Y))^I$ definida por $H(F) = h(\cdot, F(\cdot))$ para $F \in C^I$. Se muestra que si H aplica el espacio $RW_\varphi(I; C)$ de las funciones con φ -variación acotada en el sentido Riesz sobre el espacio $RW_\psi(I; clb(Y))$ de las funciones valuadas el conjunto convexo, acotado y cerrado con ψ -variación acotada en el sentido Riesz, y H es uniformemente acotada, entonces las funciones regularizaciones laterales h^- y h^+ de h con respecto a la primera variable existe y es afín respecto a la segunda variable. En particular

$$h^-(t, x) = A(t)x + B(t), \quad t \in I, x \in C, \quad (9)$$

para alguna función $A : I \rightarrow \mathcal{L}(C, clb(Y))$ y $B \in RW_\psi(I; clb(Y))$, donde $\mathcal{L}(C, clb(Y))$ están en el espacio de todas las aplicaciones lineales que actúan desde C sobre $clb(Y)$. Esto extiende considerablemente el resultado principal del artículo [1] donde la continuidad uniforme del operador H es asumida.

Remarcamos que lo uniformemente acotado de un operador (es más débil que acotación usual), fue introducido y aplicado en [9] para el operador de composición Nemytskij que actúa entre espacios de funciones de Hölder en el caso de funciones univaluadas y ellos extendieron para el caso de conjunto valuadas en [12] para el operador con valores convexos y compactos y en [13] para los operadores con valores convexos y cerrados. Además, [6] para el operador de Nemytskij en los espacios de funciones con variación acotada en el sentido Wiener.

Algunas de las ideas son debido a W. Smajdor [18] y sus co-autores [19], [20]; V. Chistyakov [4], como también J. Matkowski y M. Wróbel en [12], [13] son aplicadas.

La motivación de nuestro trabajo es debido a los resultados de T. Ereú *et al* [5], sólo que nuestra investigación se desarrolla para algunas funciones con variación acotada en el sentido de Riesz.

REFERENCIAS

- [1] W. Aziz, J. A. Guerrero and N. Merentes, *Uniformly Continuous Set-Valued Composition Operators in the Spaces of Functions of Bounded Variation in the Sense of Riesz*, Bull of the Pol. Acad. of Scien. Math., 58 1 (2010) 39–45.
- [2] C. Castaing and M. Valadier, *Convex Analysis and Measurable Multifunctions*, Lecture Notes in Math. Springer-Verlag Berlin, vol. 580 1977.
- [3] J. Ciernoczołowski and W. Orlicz, *Composing Functions of Bounded φ -variation*, Proc. Amer. Math. Soc., 96 (1986) 431–436.
- [4] V. V. Chistyakov, *Selections of Bounded Variation*, J. of Applied Analysis, Vol. 10 No. 1 (2004) 1–82.
- [5] T. Ereú, N. Merentes, J L Sanchez, M. Wróbel, *Uniformly bounded set-valued composition operators in the spaces of functions of bounded variation in the sense of Schramm*, Sci. Issues, Jan Dlugosz Univ. Czest. Math. 17 (2012), 37–47.
- [6] D. Głazowska, J. A. Guerrero, J. Matkowski and N. Merentes, *Uniformly bounded composition operators on a Banach space of bounded Wiener-Young variation functions*, Bull. Korean Math. Soc., 50, No. 2 (2013), 675–685.

- [7] C. Jordan, *Sur la série de fourier*, C. R. Acad. Sci. Paris, 2 (1881) 228–230.
- [8] W. A. Luxemburg, *Banach Function Spaces*, Ph.D. Thesis, Technische Hogeschool te Delft, Netherlands 1955.
- [9] J. Matkowski, *Uniformly bounded composition operators between general Lipschitz functions normed space*, Nonlinear Anal, 382 (2011) 395–406.
- [10] Yu. T. Medvedev, *A generalization of a theorem of F. Riesz*, Uspekhi Mat. Nauk., 86 (1953) 115–118.(Russian)
- [11] N. Merentes, *Composition of Functions of Bounded φ -variation*, P.U.M.A., Ser. 1 (1991) 39–45.
- [12] J. Matkowski and M. Wrobel, *Uniformly bounded Nemytskij operators generate by set-valued functions between generalized Hölder functions spaces*, Discuss. Math. Differ. Incl. Control Optim., 312 (2011) 183–198.
- [13] J. Matkowski and M. Wrobel, *Uniformly bounded set-valued Nemytskij operators acting between generalized Hölder functions spaces*, Cent. Eur. J. Math., 102 (2012) 609–618.
- [14] H. Nakano, *Modulared Semi-Ordered Spaces* Tokyo 1950.
- [15] W. Orlicz, *A note on modular spaces I*, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astronom. Phys., 9 (1961) 157–162.
- [16] H. Rådström, *An embedding theorem for space of convex sets*, Proc. Amer. Math. Soc., 3 (1952) 165–169.
- [17] F. Riesz, *Untersuchungen über systeme integrierbarer funktionen*, Math. Annalen, 69 (1910) 449–497.
- [18] W. Smajdor, *Note on Jensen and Pexider functional equations*, Demonstratio Math., 32(2) 1999 363–376.
- [19] A. Smajdor and W. Smajdor, *Jensen equation and Nemytskij operators for set-valued functions*, Rad. Math., 5(2) (1989) 311–320.
- [20] W. Smajdor, *Local set-valued solutions of the Jensen and Pexider functional equations*, Publ. Math. Debrecen, 43 (1993) no. 3-4 255–263.
- [21] N. Wiener, *The Quadratic Variation of Function and its Fourier coefficients*, Massachusetts J. Math., 3 (1924) 72–94.

^a Email: wadie@ula.ve

^b Email: nmer@ciens.ucv.ve

Order de Magnitude of Multiple Walsh-Fourier coefficients of functions of bounded p -variation on the sense Riesz

Tomás Ereú^{1a}, Antonio Azócar^{2b}, José Guerrero³

¹ Currently Unemployed

² Universidad Nacional Experimental Del Táchira, Dpto. De Matemáticas Y Física, San Cristobal-Venezuela

³ Universidad Nacional Abierta

In this section we recall some facts which have been used by the authors V. Fülöp and B. Ghodadra. We will use the technique employed by these authors for the case of the p -variation bounded generalized in the sense of Riesz.

REFERENCIAS

- [1] Fülöp V. and Móricz *Order of magnitude of multiple Fourier coefficients of functions of bounded variation*, Acta Math. Hungar, 104 (1-2), (2004),95–104.
- [2] Ghodadra, B., L., *Order of magnitude of multiple Fourier coefficients of functions of bounded p -variation*, Acta Math. Hungar, 128, No 4, (2010),328–343.
- [3] Ghodadra, B., L., *Order of magnitude of multiple Walsh-Fourier coefficients of functions of bounded p -variation*, International Journal of Pure and Applied Mathematics. Volume 82, No 3, (2013),399–408.

^a Email: tomasereu@gmail.com

^b Email: jaguerrero4@gmail.com

Teorema de tipo Bernstein-Doetsch para multifunciones fuertemente y aproximadamente convexas.

K. Nikodem^{1a}, Z. Páles^{2b}, G. Roa.^{3c}, C. González^{4d}

¹ Universidad de Bielsko-Biala, Polonia

² Universidad de Debrecen, Hungría

³ Banco Central de Venezuela

⁴ Universidad Central de Venezuela

Sean X, Y dos espacios topológicos lineales y sea $D \subseteq X$ un subconjunto convexo. Dada una multifunción $F : D \rightarrow n(Y)$ que satisface la inclusión de tipo Jensen

$$\frac{F(x) + F(y)}{2} + A(x - y) \subseteq \overline{\left(F\left(\frac{x+y}{2}\right) + B(x - y) \right)}, \quad (x, y \in D)$$

donde, $A(\cdot)$ y $B(\cdot)$ son multifunciones definidas en $D - D$. Se dan condiciones adicionales de regularidad sobre la multifunciones A, B y F para que

$$tF(x) + (1 - t)F(y) + A^T(t, x - y) \subseteq \overline{\left(F(tx + (1 - t)y) + B^T(t, x - y) \right)}.$$

para todo $x, y \in D$ y para todo $t \in [0, 1]$. Donde

$$A^T(t, u) = \overline{\bigcup_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k} A(2^k t, \mathbb{Z}u)}, \quad u \in D - D, t \in [0, 1]$$

REFERENCIAS

[1] C. González, K. Nikodem, Zs. Páles, and G. Roa. Bernsteindoetsch type theorems for set-valued maps of strongly and approximately convex and concave type. *Publ. Math. Debrecen*, 84(1-2):229–252, 2014.

^a Email: knikodem@ath.bielsko.pl

^b Email: pales@science.unideb.hu

^c Email: gariroa@gmail.com

^d Email: carlosl.gonzalez@ciens.ucv.ve

Una Desigualdad del tipo Hermite-Hadamard y Fejér para Funciones (k, h) -Convexas

Hiliana C. Angulo^{1a}, José Giménez^{1b}, Nelson Merentes^{2c}

¹ ULA

² UCV

Introducimos la noción de Funciones (k, h) -Convexas dada en [1]. Se expondrá una Desigualdad del tipo Hermite-Hadamard y Fejér, y algunos resultados asociados a este tipo de funciones.

REFERENCIAS

[1] B. Micherda and T. Rajba., *On Some Hermite-Hadamard-Fejér inequalities for (k, h) -convex Functions*, *Math. Inequal. Appl.* 15/4(2012), pp 931-940.

[2] Angulo, H., *Funciones (k, h) -Fuertemente Convexas*, 2014, Tesis de Maestría, Facultad de Ciencias. Departamento de Matemáticas. U.L.A., Venezuela.

^a Email: ahiliana@gmail.com

^b Email: jgimenez@ula.ve

^c Email: nmerucv@gmail.com

Desigualdad tipo Hermite-Hadamard-Fejér para funciones (s, m) -convexas con modulo c

Mireya Bracamonte^{1a}, José Giménez^{2b}, Miguel Vivas^{1c}

¹ UCLA

² ULA

En este trabajo se introduce la clase de las funciones (s, m) -fuertemente convexa y se demuestra una nueva desigualdad del tipo Hermite-Hadamard y Fejér para este tipo de funciones. Los resultados presentados generalizan la clase de funciones (s, m) -convexas definidas en [1].

REFERENCIAS

[1] N. Eftekhari, Refinements of Hadamars type inequalities for (α, m) -convex functions, International Journal of Pure and Applied Mathematics, Volume 80 No. 5 2012, 673-681.

^a Email: mireyabracamonte@ucla.edu.ve

^b Email: jgimenez@ula.ve

^c Email: mvivas@ucla.edu.ve

Funciones Midconvexas Aproximadas

Ana Moros^{1a}

¹ Universidad de los Andes

Una función real f definida sobre un conjunto D abierto y convexo de un espacio real normado, es llamada (ϵ, δ) -midconvexa si satisface:

$$f\left(\frac{x+y}{2}\right) \leq \frac{f(x)+f(y)}{2} + \epsilon|x-y| + \delta$$

El resultado principal de la presentación es el siguiente:

Si f es localmente acotada alrededor de un punto de D y es (ϵ, δ) -midconvexa entonces f satisface una desigualdad del tipo convexa (Jensen), como sigue:

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y) + 2\delta + 2\epsilon\varphi(\lambda)|x-y|$$

Para $x, y \in D, \lambda \in [0, 1]$.

REFERENCIAS

- [1] P. W. Cholewa, 'Remarks on the stability of functional equations', Aequationes Math. 27(1984) 76-86.
 [2] R. Ger, 'Stability aspects of delta-convexity', Stability of mappings of Hyers-Ulam type (Palm Harbor, FL) (Hadronic Press, Palm Harbor, FL, 1994) 99-109.(2001) 467-483.
 [3] J. W. Green, 'Approximately convex functions', Duke Math. J. 19 (1952) 499-504.

- [4] D. H. Hyers and S. M. Ulam, 'Approximately convex functions', Proc. Amer. Math. Soc. 3 (1952) 821–828.
- [5] J. Mrowiec, 'Remark on approximately Jensen-convex functions', C. R. Math. Acad. Sci. Soc. R. Canada 23 (2001) 16–21.
- [6] C. T. Ng and K. Nikodem, 'On approximately convex functions', Proc. Amer. Math. Soc. 118 (1993) 103–108.
- [7] Zs. Pales, 'Bernstein–Doetsch-type results for general functional inequalities', Dedicated to Professor Zenon Moszner on his 70th birthday, Rocznik Nauk.-Dydakt. Prace Mat. 17 (2000) 197–206.
- [8] Zs. Pales, Separation by approximately convex functions, Grazer Math. Ber. 344 (Karl- Franzens-Univ. Graz, 2001) 43–50.
- [9] Zs. Pales, 'On approximately convex functions', Proc. Amer. Math. Soc. 131 (2003) 243–252(electronic).

^a Email: anamoros@ula.ve

Funciones de Φ – variación acotada sobre subconjuntos compactos de \mathbb{C}

M. Bracamonte^{1a}, J. Giménez^{2b}, N. Merentes^{3c}, M. Vivas^{1d}

¹ UCLA

² ULA

³ UCV

El objetivo de este trabajo es presentar el concepto de funciones de Φ –variación acotada sobre subconjuntos del plano complejo \mathbb{C} , que generaliza la noción de variación sobre curvas presentada en [1] y [2]. Se describe en detalle el espacio generado por esta clase y se demuestra que puede ser dotado de una norma que le da una estructura de espacio de Banach, además se estudia la actuación del operador de Nemytskii sobre este espacio.

REFERENCIAS

- [1] B. Ashton, and Doust, I., *Functions of bounded variation on compact subsets of the plane*, Studia Math., 169 (2005), 163-188.
- [2] J. Giménez, N. Merentes and M. Vivas. *Functions of bounded variation on compact subsets of \mathbb{C}* , (aceptado para ser publicado en Commentationes Mathematicae).

^a Email: mireyabracamonte@ucla.edu.ve

^b Email: jgimenez@ula.ve

^c Email: nmerucv@gmail.com

^d Email: mvivas@ucla.edu.ve

El Espacio de Banach $\kappa\varphi V^{SR}[0, 1]$

Lisbeth Carrero^{1a}, José Giménez^{1b}, Nelson Merentes^{2c}

¹ Departamento de Matemáticas, Universidad Simón Bolívar, Miranda - Venezuela

En este trabajo mostramos detalles de como el espacio $\kappa\varphi V^{SR}[0, 1]$ (funciones de κ -Variación Acotada en el Sentido de Schramm-Riesz), es un espacio de Banach con respecto a la norma $\|\cdot\|_{\varphi}^{SR}$.

REFERENCIAS

- [1] Carrero, L. *Funciones de κ -Variación Acotada en el Sentido de Schramm-Riesz* Trabajo de tesis, Facultad de Matemáticas. U.L.A., Venezuela.

[2] Schramm, M., *Functions of Φ -Bounded Variation and Riemman-Stieltjes Integration*, Trans. Amer. Math. Soc., 287, no.1 (1985), 49-63.

[3] Korenblum, B., *An extension of the Nevalinna theory*, Acta Math. 135 (1975), 187- 219.

^a Email: lisbethcarrero91@gmail.com

^b Email: jgimenez@ula.ve

^c Email: nmerucv@gmail.com

FUNCIONES DE $\kappa\varphi$ -VARIACIÓN ACOTADA EN EL SENTIDO DE WIENER, EN EL PLANO.

José Giménez^{1a}, Nelson Merentes^{2b}, **Andrey Paredes**

¹ ULA

² UCV

El propósito de este trabajo es el de extender la noción de $\kappa\varphi$ -variación acotada en el sentido de Wiener definido para funciones de una variable real a funciones definidas en un subconjunto del plano, donde κ es una entropía (función de distorsión) y φ es una función de Young. Mostraremos que el conjunto de funciones con de $\kappa\varphi$ -variación acotada en el sentido de Wiener, R^2 constituye un espacio vectorial con ciertas condiciones sobre la función de φ , además mostraremos que es un espacio de Banach, dotando al espacio de una norma asociada al Funcional de Minkowski determinado por funciones de variación generalizada. Por otra parte estudiaremos la relación entre este tipo de funciones y las funciones del tipo Adams-Clarkson.

REFERENCIAS

[1] José Guerrero, *Extensión a R^2 de la función de variación acotada en el sentido de Hardy-Vitali-Wiener*, Tesis Doctoral, Facultad de Matemáticas. U.C.V., Venezuela.

[2] Korenblum, B., *An extension of the Nevalinna theory*, Acta Math. 135 (1975), 187- 219.

[3] J. Musielak and W. Orlicz, *On generalized variations (I)*, Studia Math. 18 (1959), 11-41.

[4] Sung Ki Kim and Jongsik Kim, *Functions of $\kappa\varphi$ -variations bounded*, Bull. Korean Math Soc 23(1986), No 2, 171-175.

^a Email: jgimenez@ula.ve

^b Email: nmerucv@gmail.com

Sobre funciones h, δ - convexas entre espacios normados y desigualdad del tipo Hermite-Hadamard

Jorge Hernández^{1a}, Miguel Vivas^{1b}

¹ UCLA

En este trabajo se introducen las funciones h, δ - convexas sobre espacios normados como generalizaciones de las funciones δ - convexas definidas por Vesely en [2], se estudian algunas propiedades básicas y caracterizaciones de las mismas, y se generalizan desigualdades del tipo Hermite-Hadamard [1].

REFERENCIAS

- [1] R. Ger, J. Pecaric. On vector Hermite-Hadamard differences controlled by their scalar counterparts. Inequalities and applications 2010. Vol 161. pp 165-173
- [2] L.Vesely , L. Zajicek. Delta convex mappings between Banach spaces and applications. Disertationes Mathematicae. CCLXXXIX. 1989.

^a Email: jorgehernandez@ucla.edu.ve

^b Email: mvivas@ucla.edu.ve

Una desigualdad tipo Ostrowki para funciones (m, h_1, h_2) -convexas.

Carlos García^{1a}, Miguel Vivas^{1b}

¹ UCLA

En este trabajo se introduce la clase de las funciones (m, h_1, h_2) -convexa y se demuestra una desigualdad del tipo Ostrowki para este tipo de funciones. Los resultados presentados generalizan los casos estudiados en [1] y [2].

REFERENCIAS

- [1] Alomari, M, Darus, M, Otrowki type inequalities for quasi-convex functions with applications to special means, RGMIA Res. Rep. Coll. 13(2), Article No. 3 (2010).
- [2] Alomari, M, Darus, M, Dragomir, SS, Cerone, P, Otrowki type inequalities for functions whose derivatives are s-convex in the second sense. Appl. Math. Lett. 23, 1071 – 1076(2010).

^a Email: carlos.garcia@ucla.edu.ve

^b Email: mvivas@ucla.edu.ve

Operador de Superposición en el Espacio de Funciones de Segunda Variación Acotada Waterman-Shiba

José Giménez^{1a}, Nelson Merentes^{2b}, Luz Rodríguez^{3c}

¹ ULA

² UCV

³ UCLA

En 1980, M. Shiba [2] introduce la noción de función de Λ_p -variación acotada y denota este espacio de funciones por $\Lambda_p BV([a, b])$ ($1 \leq p < \infty$). Esta clase de funciones surge como una generalización de la noción de función de Λ -variación acotada dada por D. Waterman [3], en 1972.

En este trabajo, presentamos la noción de función de segunda variación acotada Waterman-Shiba, la cual es una combinación de las nociones de segunda variación acotada dada por De la Vallée Poussin en 1908, ver [1], y Λ_p -variación acotada dada por M. Shiba en 1980. Además, probamos que el espacio generado por esta clase de funciones, denotado por $\Lambda_p^2 BV$, es un espacio vectorial normado, así como también, mostramos que si el operador de superposición aplica el espacio de las funciones de segunda variación acotada Waterman-Shiba en sí mismo y es uniformemente acotado, entonces la función generadora del operador, satisface una condición de Matkowski.

REFERENCIAS

- [1] De la Vallée Poussin, *Sur la convergence des formules d'interpolation entre ordonnées équidistantes*, Bull. Acad. Sct. Belg; 314-410 (1908).

[2] M. Shiba, *On the absolute convergence of Fourier series of functions class ΛBV^p* . Sci. Rep. Fukushima Univ. No 30, pp 7-10 (1980).

[3] D. Waterman, *On the convergence of Fourier series of functions of bounded variation*. Studia Math. No 44, pp 107-117 (1972).

^a Email:

jgimenez@ula.ve

^b Email:

nmerucv@gmail.com

^c Email:

lrodriguez@ucla.edu.ve

NUEVAS PROPIEDADES DE LAS FUNCIONES m -CONVEXAS

Teodoro Lara^{1a}, Edgar Rosales^{1b}, José L. Sánchez^{2c}

¹ Departamento de Física y Matemáticas. Universidad de los Andes. Trujillo. Venezuela.

² Escuela de Matemáticas. Universidad Central de Venezuela. Caracas. Venezuela.

Se presentan algunas propiedades para las funciones m -convexas, tanto algebraicas como desigualdades del tipo Hermite-Hadamard y Fejér. Además, se muestran un teorema tipo “sandwich” y un cosecuente resultado de estabilidad del tipo Hyers-Ulam. Se finaliza con una versión de la clásica desigualdad de Jensen, para el caso discreto.

REFERENCIAS

[1] K. Baron and J. Matkowski and K. Nikodem, *A sandwich with convexity*. Math. Pannonica Vol. 5, **1**, (1994) 139–144.

[2] D.H. Hyers and S.M. Ulam, *Approximately convex functions*, Proc. Amer. Math. Soc. **3**, (1952), 821–828.

[3] S. S. Dragomir, *On Some New inequalities of Hermite-Hadamard Type for m -Convex Functions*, Tamkang J. of Math., vol. 33, **1** (2002), 45–55.

[4] S. S. Dragomir and G. H. Toader, *Some Inequalities for m -Convex Functions*, Studia Univ. Babeş-Bolyai, Math., vol.38, **1**, (1993), 21–28.

[5] N. Minculete and F. C. Mitroi, *Fejér Type Inequalities*, arXiv: 1 105.5778v2, **1** (2011) 1–9.

[6] A. W. Roberts and D. E. Varberg, *Convex Functions*. Academic Pres. NY. 1973.

[7] G. H. Toader, *Some generalizations of the Convexity*, Proc. Colloq. Approx. Optim. Cluj-Naploca (Romania) (1984), 329–338.

^a Email: mago@usb.ve

Sesión

Grafos y Combinatoria

CONJUNTOS DE \mathbb{Z}_3^3 DE MÁXIMA LONGITUD Y SIN SUBCONJUNTOS DE SUMA CERO

José Viloría^{1a}

¹ UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

Sea G un grupo abeliano finito. Definimos la constante de Olson de G , denotada por $O(G)$, como el menor entero positivo t tal que cualquier conjunto (sin elementos repetidos) de G de cardinalidad t contiene un subconjunto no vacío cuya suma de sus elementos resulta el cero del grupo. Tal subconjunto es llamado suma cero. Si p es un número primo y k un entero positivo, se conoce que para los p -grupos elementales, $O(\mathbb{Z}_p^k) = k(p-1) + 1$ (ver [1], [2]). En este trabajo caracterizamos la estructura de todos los conjuntos de \mathbb{Z}_3^3 , con cardinalidad máxima y libres de subconjunto suma cero.

REFERENCIAS

- [1] J. E. Olson. A combinatorial problem on finite abelian groups I. *Journal of Number Theory*, Vol. 1, (1969) 8–10.
 [2] J. E. Olson. A combinatorial problem on finite abelian groups II. *Journal of Number Theory*, Vol. 1, (1969) 195–199.

^a Email: jviloria@usb.ve

Grafos tres alargados y su número de Ramsey de suma cero

Coronado, D.^{1a}, Quiroz, D.

¹ Universidad Simón Bolívar

El número de Ramsey de suma cero, $R(G, H)$, de un grafo G , con un grupo H cuyo exponente divide la cantidad de lados de G , se define como el menor entero positivo N tal que cualquier coloración de los lados del grafo completo K_N , con los elementos de H , genera en K_N , una copia de G tal que la suma de los colores de sus lados es cero en H .

Con el grupo \mathbb{Z}_2 , Caro [1], se tiene un conocido resultado el cual muestra el número de Ramsey de suma cero de cualquier grafo con este grupo, pero para el grupo \mathbb{Z}_3 no se tiene un resultado como este.

En este trabajo presentamos la operación 3-alargamiento de un grafo G con $|E(G)|$ múltiplo de tres y al menos, una rama, con $R(G, \mathbb{Z}_3)$ conocido. Esta operación genera un nuevo grafo G' con $|E(G')| = |E(G)| + 3$. Presentamos además un método para acotar superiormente $R(G', \mathbb{Z}_3)$.

Como primera aplicación de este resultado, presentamos el cálculo de $R(P, \mathbb{Z}_3)$ donde P es la familia de caminos con cantidad de lados múltiplo de tres, extendiendo así las familias de grafos con número de Ramsey de suma cero conocidos con el grupo \mathbb{Z}_3 .

REFERENCIAS

- [1] Y. Caro, (1994) *A Complete Characterization of the Zero-Sum (mód 2) Ramsey Numbers*, Journal of Combinatorial Theory. Series A **68**, 205–211.

^a Email: dcoronado@usb.ve

^b Email: dquiroz@usb.ve

Arquitectura de referencia modelada por un grafo

Losavio F.^{1a}, Ordaz O.^{1b}

¹ Universidad Central de Venezuela

Una Arquitectura de un producto o sistema de software (AS) es modelada por un grafo conexo (P, R) , donde P representa las componentes y R es una relación simétrica definida para cada par de componentes que representa los conectores [1]; una Arquitectura de Referencia (AR) es una AS donde las componentes y los conectores son conjuntos instanciables, a partir de la cual se derivan nuevas AS que corresponden a productos específicos [2]. Una Línea de Productos de Software (LPS) es un conjunto de sistemas de software complejos, que constituyen una familia y que comparten un conjunto de elementos comunes [3] a través de su AR . El objetivo de este trabajo es dar un ejemplo de sinergia entre computación y combinatoria en un proceso de diseño arquitectónico de una AR basado en la refactorización de productos existentes en un dominio, por ejemplo los Sistemas de Información Integrados de Salud [4]. El proceso tiene como entrada las arquitecturas de los productos, el modelo de calidad del dominio (propiedades de calidad requeridas), los principales estilos arquitectónicos y consta de los siguientes pasos:

1. Se construye automáticamente una arquitectura candidata (AC) fusionando los (P_i, R_i) , $i = 1, \dots, n$ uniendo P_i y conservando las conexiones; se identifican componentes y conectores comunes y variantes.
2. Se establece el Modelo de Calidad Extendido considerando los requisitos de calidad relativos a cada componente de AC y sus posibles soluciones arquitectónicas o mecanismos del mercado. Se completa la AC inicial agregando estos mecanismos como componentes variantes.
3. Se construyen las componentes de AR a partir de la AC completada agrupando las componentes variantes similares (que desempeñan las mismas tareas) en puntos de variación identificados con su nombre entre « »; se mantienen las componentes comunes con sus nombres. Luego, para cada par de componentes de AR , se define un conector tomando en cuenta los conectores de los elementos que integran esas componentes; nótese que entre las componentes que integran un « » no hay conexión.

REFERENCIAS

- [1] Shaw M., Garlan D. Software Architecture. Perspectives of an emerging discipline, Prentice-Hall. **18**, (1996).
- [2] Matinlassi M. Comparison of software product line architecture design Methods: COPA, FAST, FORM, KobrA and QADA, Proc. of the 26th. Inter. Conference on Software Engineering (ICSE'04), (2004).
- [3] Clements P. and Northrop L. Software product lines: practices and patterns, 3rd edn. Readings, MA, Addison Wesley. **48**, (2001).
- [4] Losavio, F., Ordaz O., Levy, N. Refactoring Graph for Reference Architecture Design Process, proceedings of AFADL (Approches Formelles dans l'Assistance au Développement de Logiciels), pp.103-108, 11-12 Juin, CNAM, Paris. (2014).
- [5] Siegmund N., Rosenmuller M., Kuhlemann M., Kastner C., Apel S., Saake G. SPL Conqueror: Towards Optimization of Non-functional Properties in Software Product Line, Software Quality Journal, Volume 20, Numbers 3-4, September, pp. 487-517(31), (2012).

^a Email: francislosavio@gmail.com

^b Email: oscarordaz55@gmail.com

Coloraciones difusas de lados de grafos.

Carrasquel, S.^{1a}, Quiroz, D.^{1b}, Tineo, L.^{1c}

¹ Universidad Simón Bolívar

Zadeh [1] propone la teoría de conjuntos difusos en 1965, como una forma de representar la imprecisión y la incertidumbre.

Dado un universo X , en teoría de conjuntos la pertenencia de un elemento a un conjunto $S \subseteq X$ está definida por la función indicatriz $I_S : X \rightarrow \{0, 1\}$, donde el 1 representa la pertenencia total y el 0 la total exclusión, en cambio un conjunto difuso S en un universo X admite pertenencia gradual definida por una función de membresía $\mu_S : X \rightarrow [0, 1]$, permitiendo no solo elementos incluidos y excluidos, sino también elementos parcialmente incluidos, aquellos cuyo grado de membresía está en el intervalo $(0, 1)$. Así como existe el concepto de partición clásica muchos autores definen *particiones difusas*, uno de ellos es Bezdek [2] quién dá el siguiente concepto de partición difusa: Sea $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ un conjunto finito de \mathbb{R} . Denotemos $\mu_i(x_j)$ por μ_{ij} , $i = 1, \dots, c$, $j = 1, \dots, n$ y $r(x_j, x_k)$ por r_{jk} , $j, k = 1, \dots, n$. Sea $V_{c \times n}$ el espacio vectorial usual de $c \times n$ matrices reales y sea u_{ij} el ij -ésimo elemento de $U \in V_{c \times n}$.

Sea $M_{fc} = \{V \in V_{c \times n} \mid \mu_{ij} \in [0, 1] \forall i, j; \sum_{i=1}^c \mu_{ij} = 1 \forall j; \sum_{j=1}^n \mu_{ij} > 0 \forall i\}$ así M_{fc} es espacio difuso (no degenerado) de c -particiones para X .

Basándose en las particiones de Bezdek y las definiciones de *coloración* se establece la siguiente definición

Dado un grafo G y una familia de funciones de membresías $\{C_i : (\forall i = 1 \dots k) (C_i : E(G) \rightarrow [0, 1])\}$ tales que para cada i , $C_i \neq 0$. Una k -coloración difusa propia de los lados de G es una función $f : E(G) \rightarrow [0, 1]^k$, tal que $f(e) = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$ donde $\alpha_i = C_i(e)$ ($\forall i = 1, \dots, k$) y se satisface que $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$.

La definición anterior nos permite colorear difusamente los lados de un grafo G .

REFERENCIAS

- [1] L. A. Zadeh, (1965) "Fuzzy Sets". *Information Control* Information and Control **8**, 338–353.
 [2] M. S. Yang, (1993) *A Survey of Fuzzy Clustering* Mathl. Comput. Modelling textbf18, 1–6

^a Email: scarrasquel@usb.ve

^b Email: dquiroz@usb.ve

^c Email: leonid@usb.ve

UNA CONDICIÓN SUFICIENTE SOBRE CONJUNTOS INDEPENDIENTES PARA QUE UN GRAFO BIPARTITO BALANCEADO SEA HAMILTONIANO

Yusleidy Alcalá^{1a}, Daniel Brito^{1b}, Oscar Castro^{1c}, Lope Marín^{1d}

¹ Universidad de Oriente

Se utiliza la terminología estándar [1]. Se considera un grafo G con vértices el conjunto $V(G)$ y lados el conjunto $E(G)$. S es un conjunto de vértices independientes de un grafo G si para todo par de vértices $u, v \in S$, $uv \notin E(G)$. Un grafo $G = (V, E)$ es un grafo bipartito balanceado si hay una partición de V en dos conjuntos de vértices independientes, A y B con $|A| = |B| = n$, tal que cada lado del grafo tiene un vértice extremo en A y el otro en B . Se denota por $G = (A, B, E)$. S es un conjunto independiente balanceado en G , si S es un subconjunto de vértices independientes de $V(G)$, tal que $|S \cap A| = |S \cap B|$.

El mínimo grado de un grafo G es el menor número de lados de G incidentes con un vértice del grafo G y es denotado por δ . Un camino P en un grafo G es hamiltoniano si contiene todos los vértices del grafo. Un grafo G es traceable si contiene un camino hamiltoniano. En este trabajo se presenta una generalización del conjunto de vértices independientes balanceados en función del mínimo grado. Sea G un grafo bipartito balanceado de orden $2n$ con mínimo grado δ . Si G es traceable entonces existe un conjunto independiente balanceado S tal que $|S| = f(\delta)$, donde f es un función de δ .

REFERENCIAS

[1] Mehdi Behzad, Gary Chartrand, Linda Lesniak, *Graphs and Digraphs*, Wadsworth International Group, USA (1981).

^a Email: Ceyyu-09@hotmail.com

^b Email: danieljosb@gmail.com

^c Email: oecomat@gmail.com

^d Email: lmata73@gmail.com

Hamilton - Conectividad y Conjunto Independiente en grafos bipartitos balanceados

Daniel Brito^{1a}, Yusleidy Alcalá^{1b}, Oscar Castro^{1c}, Lope Marín^{1d}

¹ Universidad de Oriente

Se usa [1] para la terminología estándar. Se denota por $E(G)$ y $V(G)$ el conjunto de vértices y lados de un grafo G simple y finito. De acuerdo con la orientación (arbitraria) de un ciclo C de G , el sucesor y el predecesor de un vértice z de C se denotaran por z^+ y z^- , respectivamente. Sea G un grafo bipartito balanceado simple de orden $2n$, es decir un grafo con una partición en dos conjuntos de vértices independientes de la misma cardinalidad. $N(S)$ es la unión de vecinos de un conjunto S independiente balanceado de cuatro vértices, es decir un conjunto independiente que contiene dos vértices de cada lado de la partición. G es un grafo hamilton-conectado si para cada dos vértices de cada lado de la partición existe un camino hamiltoniano. En el presente trabajo se pretende buscar nuevas técnicas que permitan mejorar la cota a $n + 2$ de los resultados dados en [2]. Obteniendo así lo siguiente: Sea G un grafo bipartito balanceado de orden $2n$ y mínimo grado $\delta(G) \geq 4$. Si $N(S) \geq n + 2$, donde S es un conjunto balanceado de cuatro vértices independientes entonces G es hamilton-conectado.

REFERENCIAS

[1] Amar D., Brandt S., Brito, D., Ordaz, O. 1998. Neighborhood conditions for balance independent Sets in bipartite graphs. *Discrete Mathematics*, 181: 31-36

[2] Brito, D., Mago, P. and Lope, M. 2010. Neighborhood Conditions for Balanced Bipartite Graphs to be Hamiltonian Connected. *International Mathematical Forum*, 26: 1291-1295.

^a Email: danieljosb@gmail.com

^b Email: ceyyu-09@hotmail.com

^c Email: oecpmat@gmail.com

^d Email: lmata73@gmail.com

Representación y Caracterización de los Grafos Divisores de Cero de \mathbb{Z}_{p^nq}

Felicia Villarroel^{1a}, Juan Otero^{2b}

¹ Universidad de Oriente

² Universidad Politécnica Territorial Clodosbado Rusián

La idea de un grafo divisor cero de un anillo conmutativo R , fue introducida por primera vez en 1988,[1]. Donde su aporte resaltante fue las coloraciones de este tipo de anillos. En [2] se continua esta investigación de coloraciones de un anillo conmutativo y además en [3], asocian a un grafo $\Gamma(R)$ a R . Sea R un anillo conmutativo con identidad y $Z(R)$ el conjunto de diviceros de cero no nulos. El grafo divisor de cero de R , denotados por $\Gamma(R)$, es un grafo cuyos vértices son los elementos de $Z(R)$ y dos vértices distintos x e y son adyacentes si y sólo si, $x \cdot y = 0$. En el estudio de las propiedades algebraicas de anillos, el grafo divisor de cero es fundamental. El objetivo principal de este trabajo, es representar los grafos \mathbb{Z}_{p^nq} y relacionar un grafo simple $\Gamma(R)$ a R con vértices de $Z(R)$, en particular, los de la forma \mathbb{Z}_{p^nq} basandonos en lo realizado en [4]. La representación gráfica viene dada por grafos r-partitos.

REFERENCIAS

- [1] I. Beck. "Coloring of commutative ring". J. Algebra 116 (1988). pp 208-226.
- [2] D.D. Andersen and M. Nasser," Beck's coloring of commutative ring". J. Algebra 159 (1993). pp 500-514.
- [3] D.D. Andersen and P.S. Livingston, " The zero graph of a commutative ring". J. Algebra 217 (1999). pp 434-447.
- [4] H.Nassar, Q. Husamand and A. Ahme," The zero graph of \mathbb{Z}_{p^nq} ." International Journal of Algebra. vol 6 N° 22. 1049-1055. 434-447.

^a Email: feliciavillarroel@gmail.com

^b Email: jmotero746@gmail.com

Sesión

Lógica Matemática

Operadores de 1-mejoramiento conservativos y no conservativos en el marco de credibilidad limitada

María Elena Artigas^{1a}, Ramón Pino Pérez^{2b}

¹ Departamento de Física y Matemáticas, Núcleo Rafael Rangel, Universidad de Los Andes, Trujillo, Venezuela

² Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela

En este trabajo estudiamos los *operadores de mejoramiento de credibilidad limitada* [2], inspirados en dos previos modelos de la revisión de creencias: *funciones de credibilidad limitada* propuesto y caracterizado para una simple etapa de revisión en [3] y extendido a la iteración en [1] y el modelo de los *operadores de mejoramiento* propuesto y estudiado en [5, 4]. Los nuevos operadores trabajan, grosso modo, de la manera siguiente: cada vez que un agente recibe una nueva información (típicamente una fórmula), esta fórmula ganará en plausibilidad en el estado epistémico del agente. Si el agente recibe la misma información muchas veces, ella alcanzará el estatus de información creíble, y finalmente terminará perteneciendo a las creencias.

Aquí definimos los operadores de 1-mejoramiento de credibilidad limitada en dos versiones: conservativa y no conservativa. De esos operadores damos una caracterización sintáctica y semántica usando técnicas que fueron introducidas en [6].

REFERENCIAS

- [1] Richard Booth, Eduardo Fermé, Sébastien Konieczny, and Ramón Pino Pérez. Credibility-limited revision operators in propositional logic. In *Principles of Knowledge Representation and Reasoning: Proceedings of the Thirteenth International Conference, KR 2012, Rome, Italy, June 10-14, 2012*, pages 116–125, 2012.
- [2] Richard Booth, Eduardo Fermé, Sébastien Konieczny, and Ramón Pino Pérez. Credibility-Limited Improvement Operators. In *ECAI 2014 - 21st European Conference on Artificial Intelligence, 18-22 August 2014, Prague, Czech Republic*, pages 123–128, 2014.
- [3] Sven Ove Hansson, Eduardo L. Fermé, John Cantwell, and Marcelo A. Falappa. Credibility limited revision. *J. Symb. Log.*, 66(4):1581–1596, 2001.
- [4] Sébastien Konieczny, Mattia Medina Grespan, and Ramón Pino Pérez. Taxonomy of improvement operators and the problem of minimal change. In Fangzhen Lin, Ulrike Sattler, and Mirosław Truszczyński, editors, *Principles of Knowledge Representation and Reasoning: Proceedings of the Twelfth International Conference, KR 2010, Toronto, Ontario, Canada, May 9-13, 2010*, pages 161–170. AAAI Press, 2010.
- [5] Sébastien Konieczny and Ramón Pino Pérez. Improvement operators. In Gerhard Brewka and Jérôme Lang, editors, *Principles of Knowledge Representation and Reasoning: Proceedings of the Eleventh International Conference, KR 2008, Sydney, Australia, September 16-19, 2008*, pages 177–186. AAAI Press, 2008.
- [6] Mattia Medina Grespan and Ramón Pino Pérez. Representation of basic improvement operators. In *Trends in Belief Revision and Argumentation Dynamics*, Eduardo Fermé, Dov Gabbay and Guillermo Simari, Eds., pages 195–227. College Publications, 2013.

^a Email: elenaartigas@gmail.com

^b Email: pino@ula.ve

Una versión epistémica de manipulabilidad

Amílcar Mata Díaz^{1a}, Ramón Pino Pérez^{1b}

¹ Escuela de Educación Facultad de Humanidades y Educación Universidad de Los Andes Mérida, Venezuela

² Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela

La fusión de informaciones es un problema central en varios campos de la ciencia. Presente tanto en procesos de toma de decisiones (por ejemplo procesos electorales [1]), como en la integración automática de diversas bases de datos [4]. Nosotros hemos presentado ciertos métodos que permiten definir operadores que fusionan los estados epistémicos de un grupo de agentes de manera coherente [9]. Esos procesos extienden aquellos presentados por Konieczny y Pino Pérez [5, 6, 7] en el marco de bases de creencias.

En este tipo de procesos existen situaciones en las cuales un agente “manipulador” [2], conociendo la información de los agentes restantes expresarán, la manera como se fusionarán las informaciones y las restricciones del sistema, da una información falsa (distinta de sus creencias) para obtener un resultado que le sea más beneficioso, es decir, al mentir obtiene un mejor resultado que al expresar su verdad.

En este trabajo, usaremos técnicas de *levantamientos* [3] introducidas en [8] para dar condiciones suficientes para la existencia de manipulabilidad en los procesos de fusión.

REFERENCIAS

- [1] Kenneth J. Arrow. *Social choice and individual values*. Yale University Press, 1963.
- [2] Salvador Barberà. The manipulation of social choice mechanisms that do not leave ‘too much’ to chance. Discussion Papers 193, Northwestern University, Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science, 1977.
- [3] Salvador Barberà, Walter Bossert, and Prasanta K. Pattanaik. *Ranking sets of objects*, volume 2 of *Handbook of Utility Theory*, chapter 17, pages 893–978. Kluwer Publisher, 2004.
- [4] Borgida, A.: 1985, ‘Language features for flexible handling of exceptions in information systems’. *ACM Transactions on Database Systems* **10**, 563–603.
- [5] Sébastien Konieczny and Ramón Pino Pérez. Merging information under constraints: A logical framework. *J. Log. Comput.*, 12(5):773–808, 2002.
- [6] Sébastien Konieczny and Ramón Pino Pérez. Propositional belief base merging or how to merge beliefs/goals coming from several sources and some links with social choice theory. *European Journal of Operational Research*, 160(3):785–802, 2005.
- [7] Sébastien Konieczny and Ramón Pino Pérez. Logic based merging. *J. Philos. Logic*, 40(2):239–270, 2011.
- [8] Jahn Franklin Leal and Ramón Pino Pérez. A notion of manipulability based on lifting preferences. *Notas de Matemáticas*, Vol. 3(1), 2007.
- [9] Amílcar Mata Díaz and Ramón Pino Pérez. Logic-based fusion of complex epistemic states. In Weiru Liu, editor, *ECSQARU*, volume 6717 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 398–409. Springer, 2011.

^a Email: amilcarmata@ula.ve

^b Email: pino@ula.ve

Algoritmo de normalización para el Lambda Cálculo usando una versión modificada del operador de abstracción de Broda y Damas.

Federico Flaviani Guastaferró^{1a}, Ascander Suarez^{1b}

¹ Universidad Simón Bolívar

El operador de abstracción de una sola variable x para la lógica combinatoria es un operador del tipo sintáctico que remueve la variable x del término combinatorio t . El primer algoritmo para computar un operador de abstracción fue descrito por [1]. Varios años después Turner [2] propuso un algoritmo que posteriormente fue usado para implementar lenguajes funcionales [3].

Se propone en este trabajo un algoritmo mixto entre el uso de una versión del operador de abstracción de [4] y la sustitución simple, para normalizar lambda cálculo. Para resolver este problema existen varios algoritmos, como por ejemplo el de [5], que usa un sistema de renombramiento de variables bastante elegante, o el de [6] que usa sustitución explícita. El algoritmo mixto que se propone en este trabajo es esencialmente distinto a estos últimos.

En resumen el algoritmo que se propone esta basado en un teorema y una proposición que se demostraron en [7]:

Teorema Si $q, t \in \Lambda$ entonces $\langle q[t|x] \rangle_{\Lambda} = \langle q \rangle_{\Lambda} \langle \langle t \rangle_{\Lambda} |x \rangle$.

Donde $\langle \rangle_{\Lambda}: \Lambda \rightarrow \mathcal{C}\ell$ es una pequeña modificación de la traducción del lambda cálculo a los combinadores de [4], $[t|x]$ es la α -sustitución en la variable x y $\langle p|x \rangle$ es la sustitución simple en la variable x .

Este teorema induce que las β -reducciones del lambda cálculo $(\lambda x.q)t \rightarrow_{\beta} q[t|x]$ pueden calcularse haciendo $\langle q \rangle_{\Lambda} \langle \langle t \rangle_{\Lambda} |x \rangle$, ya que la preimagen ($\langle \rangle_{\Lambda}$ es inyectiva) de $\langle q \rangle_{\Lambda} \langle \langle t \rangle_{\Lambda} |x \rangle = \langle q[t|x] \rangle_{\Lambda}$ sería $q[t|x]$.

Proposición Si $p \in \Lambda$ y $\exists q \in \mathcal{C}\ell$ tal que $\langle p \rangle_{\Lambda} \rightarrow q \Rightarrow \exists p' \in \Lambda$ tal que $p \rightarrow_{\beta} p' y \langle p' \rangle_{\Lambda} = q$.

Esta proposición permite decir que luego de computar un primer redex $(\lambda x.q)t$ haciendo $\langle q \rangle_{\Lambda} \langle \langle t \rangle_{\Lambda} |x \rangle$, por ser éste un término combinatorio en $\mathcal{C}\ell$, se pueden hacer reducciones en los combinadores hasta que $\langle q \rangle_{\Lambda} \langle \langle t \rangle_{\Lambda} |x \rangle$ llegue a su forma normal, y cada una de las reducciones corresponderán a alguna reducción en Λ .

Este esquema no basta para computar la forma normal de $q[t|x]$ ya que se sabe que en general, la forma normal de $\langle q \rangle_{\Lambda} \langle \langle t \rangle_{\Lambda} |x \rangle$ en $\mathcal{C}\ell$ no corresponde bajo $\langle \rangle_{\Lambda}$ a la forma normal de $q[t|x]$ en Λ , por esta razón para computar la forma normal de $q[t|x]$, una vez que se tiene la forma normal de $\langle q \rangle_{\Lambda} \langle \langle t \rangle_{\Lambda} |x \rangle$ en $\mathcal{C}\ell$, se debe calcular la preimagen y volver a repetir el proceso desde el principio.

REFERENCIAS

- [1] M. Schönfinkel. *Über die Bausteine der mathematischen Logik*. Mathematische Annalen, Vol 92, 1924, pp. 305-316.
- [2] David A. Turner. *Another algorithm for bracket abstraction*. The Journal of Symbolic Logic, 44:267-270, 1979.
- [3] David A. Turner. *A new implementation technique for applicative languages*. Software Practice and Experience, 9:31-49, 1979.
- [4] Sabine Broda and Luis Damas. *Compact bracket abstraction in combinatory logic*. The Journal of Symbolic Logic, 62(3), 729-740 (1997).
- [5] De Bruijn, Nicolaas Govert. *Lambda Calculus Notation with Nameless Dummies: A Tool for Automatic Formula Manipulation, with Application to the Church-Rosser Theorem*. Indagationes Mathematicae (Elsevier), 34: 381-392, 1972, ISSN 0019-3577.
- [6] M. Abadi, L. Cardelli, P-L. Curien and J-J. Levy. *Explicit Substitutions*. Journal of Functional Programming, Vol 4, 1991, pp. 375-416.

[7] Flaviani Federico. *Estudio comparativo de operadores de abstracción para la lógica combinatoria*. Universidad Simón Bolívar, Caracas, 2011.

^a Email: suarez@ldc.usb.ve

^b Email: federico.flaviani@gmail.com

El problema de satisfacibilidad $\exists\forall$ SAT y su completitud en la clase Σ_2^P

Edwin Pin^{1a}

¹ Universidad Central de Venezuela, Facultad de Ciencias

El problema de satisfacibilidad de fórmulas booleanas, SAT, representa la base fundamental de la teoría de reducibilidad computacional. SAT pertenece naturalmente a la clase de complejidad NP, es NP-completo vía reducciones polinomiales (Teorema de Cook - 1971), es NP-completo vía reducciones de menor complejidad computacional (por ejemplo, reducciones de primer orden proyectivas [1]), e incluso, induce problemas de satisfacibilidad completos en otras clases de menor o mayor complejidad que NP.

Un ejemplo de esto es el problema $\exists\forall$ SAT, extensión del problema SAT donde se clasifican complementariamente las variables booleanas como existenciales o universales y se anexa una propiedad de satisfacibilidad especial. Daremos una descripción sintáctica de todos los aspectos de este problema con respecto a la clase de complejidad Σ_2^P (segundo nivel de la jerarquía polinomial) y una demostración de su completitud vía reducciones de primer orden en dicha clase.

Por supuesto, también se requerirá de una interpretación no computacional de Σ_2^P . Aprovecharemos el resultado principal en esta área, el Teorema de Fagin [1, 2], para justificar una interpretación sintáctica natural de la clase Σ_2^P en función de un extracto de la lógica de segundo orden.

REFERENCIAS

- [1] Immerman, N. "Descriptive Complexity", *Springer* (1999).
- [2] Borges, N. Trabajo Doctoral "Técnicas Sintácticas y Combinatorias en el Estudio de la Complejidad Computacional", *Universidad Simón Bolívar* (2011).
- [3] Papadimitriou, C. "Computational Complexity", *Addison-Wesley Publishing Company* (1994).

^a Email: epbmetal@gmail.com

UNA VERSIÓN FINITA DEL PRINCIPIO DEL CASILLERO PARA ESPACIOS DE RAMSEY

Jesús E. Nieto^{1a}

¹ UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

Presentamos una versión finita del principio del casillero para espacios (topológicos) de Ramsey (axioma A4 en [1]), y demostramos que bajo ciertas condiciones este principio es suficiente para demostrar la versión infinita.

REFERENCIAS

- [1] S. Todorcevic, Introduction to Ramsey spaces. *Princeton University Press* **174**, (2010).

^a Email: jnieto@usb.ve

Sesión

Probabilidades y Estadística

Análisis logit del resultado de la extubación endotraqueal en neonatos

Hermes Y. Peñaloza^{1a}, Ernesto Ponsot B.^{2b}, María A. Méndez^{3c}

¹ Universidad de Los Andes Facultad de Farmacia y Bioanálisis Departamento de Análisis y Control

² Universidad de Los Andes Facultad de Ciencias Económicas y Sociales Instituto de Estadística Aplicada y Computación

³ Instituto Venezolano de los Seguros Sociales Hospital Dr. Miguel Pérez Carreño Unidad de Terapia Intensiva Neonatal

El presente trabajo de investigación, corresponde a un análisis logit para determinar la relación de causalidad entre el resultado de la extubación endotraqueal en neonatos que han requerido apoyo ventilatorio invasivo, y los registros de variables clínicas, gasométricas, hemodinámicas y ventilatorias. Se estudia una muestra de 199 pacientes, entre los que fueron hospitalizados en la Unidad de Terapia Intensiva Neonatal del Hospital Dr. Miguel Pérez Carreño de la ciudad de Caracas, entre enero de 2012 y diciembre de 2013. Se describen las variables y se prueba estadísticamente que la edad gestacional, la presión inspiratoria pico y el tiempo en ventilación mecánica contribuyen a explicar el resultado de la extubación. Posteriormente, se realiza la agregación de niveles del factor explicativo “tiempo en ventilación mecánica” y se ajusta un nuevo modelo logit, en primer lugar asumiendo tal agregación de niveles, los cuales se distribuyen binomialmente, como una nueva variable binomial, lo que no es del todo cierto; y en segundo lugar, asumiendo la verdadera distribución. Se muestra que para ambos modelos, las estimaciones más precisas corresponden al segundo caso, debido a que las varianzas estimadas son menores.

REFERENCIAS

- [1] Klaus Abberger. A simple graphical method to explore tail-dependence in stock-return pairs. Working Paper/Technical Report 04/03, The institutional repository of the University of Konstanz, 2004.
- [2] J Balcells. Retirada de la ventilación, complicaciones y otros tipos de ventilación. *Anales de Pediatría*, 59(2):155–159, 2003.
- [3] J Casado, A Martínez, and A Serrano. *Ventilación mecánica en recién nacidos, lactantes y niños*. Ergon, Madrid, 2 edition, 2011.
- [4] P Cruces, A Donoso, M Montero, A López, and B Fernández. Predicción de fracaso de extubación en pacientes pediátricos. Experiencia de dos años en una UCI polivalente. *Revista Chilena de Medicina Interna*, 23(1):12–17, 2008.
- [5] A Marchi, F Rojas, and F Louzada. The chi-plot and its asymptotic confidence interval for analyzing bivariate dependence: An application to the average intelligence and atheism rates across nations data. *Journal of Data Science*, 10(4):711–722, 2012.
- [6] J Nelder and R Wedderburn. Generalized linear models. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A, General*, 135:370–384, 1972.
- [7] E Ponsot, S Sinha, and A Goitía. Sobre la agrupación de niveles del factor explicativo en el modelo logit binario. *Revista Colombiana de Estadística*, 32(2):157–187, 2009.
- [8] E Ponsot, S Sinha, and A Goitía. Aggregation of explanatory factor levels in a binomial logit model: Generalization to the multifactorial unsaturated case. *Revista Colombiana de Estadística*, 35(1):139–166, 2012.

^a Email: yonelp@ula.ve

^b Email: ernesto@ula.ve

^c Email: mariaalejmc@yahoo.com

UN MODELO DE TEMPERATURAS DEL LAGO DE VALENCIA USANDO ESTADÍSTICAS

José B. Hernández C^{1a}, José R. León^{1b}, Johanna Salazar^{1c}

¹ Universidad Central de Venezuela

La temperatura del agua juega un papel importante en el funcionamiento ecológico y en el control de los procesos biogeoquímicos de un cuerpo de agua. El objetivo de este trabajo es identificar la temperatura del agua de superficie y mejorar la comprensión de las variaciones espacio-temporales en el Lago de Valencia, así como también crear un mapa de temperaturas tanto superficial como en profundidad de las temperaturas del Lago de Valencia. En este trabajo, se utilizaron los datos de dos estaciones meteorológicas superficiales y cuatro termistores ubicados en distintos puntos del lago de un año iniciando en noviembre de 2007 hasta octubre de 2008. Se calcularon estadísticas descriptivas (media, máxima y mínima) para las series de tiempo diarias así como para temperaturas diurnas y nocturnas. También se midieron la velocidad del viento y la radiación solar en la superficie. Una correlación entre las temperaturas diurnas y nocturnas de agua superficial, y agua en profundidad serán hechas. Esperamos, utilizando la ecuación del calor, definir un modelo de propagación de las temperaturas desde la superficie hasta el fondo. Para esto no sólo usaremos las medidas que poseemos también integramos datos de imágenes de satélite.

REFERENCIAS

- [1] Alcantara, E., Stech, J., Lorenzetti, J. Remote sensing of water temperature and heat flux over a tropical hydroelectric reservoir. *Remote Sensing of Environment* Vol. 114 (2010) 2651-2665. Elsevier.
- [2] Martelo, María Teresa. La Precipitación en Venezuela y su relación con el sistema climático. *Informe técnico*. (2003) Ministerio del Ambiente y los Recursos Naturales, Dirección General de cuencas hidrográficas.
- [3] Shumway, R. & Stoofer, D. Time Series Analysis and Its Applications with R Examples. Third Edition. *Springer*. (2006) New York, USA.

^a Email: joseb.hernandez@ciens.ucv.ve

^b Email: jose.leon@ciens.ucv.ve

^c Email: johanna.salazar.b@gmail.com

MODELAJE DE LA VOLATILIDAD EN SERIES FINANCIERAS VÍA UN MODELO EGARCH(1,1)-AR(1)-M

Aracelis Hernández^{1a}, Pedro Peña^{1b}

¹ Departamento de Matemáticas, Facultad Experimental de Ciencias y Tecnología, Universidad de Carabobo, Venezuela

Uno de las principales preocupaciones de los inversionistas y de los llamados agentes que participan en el mercado financiero es poder tener una medida aproximada del riesgo que presentan las inversiones que realizan. Una manera de medir este riesgo es a través de la volatilidad asociada a la rentabilidad de los activos y que se define como la varianza condicional asociada a esta rentabilidad. En este trabajo se propone modelar la volatilidad usando un modelo EGARCH(1,1) (GARCH exponencial), que tiene las ventajas sobre otros modelos de la familia GARCH de poder manejar la asimétrica de la volatilidad que se presenta ante las subidas y bajadas de la rentabilidad, e imponer condiciones que garanticen que la varianza resulte no negativa, pero con la particularidad de incluir también la volatilidad en la media usando un modelo AR(1), y así caracterizar mucho mejor el comportamiento propio inherente a la rentabilidad de las series financieras. El ajuste e inferencia del modelo se hizo

bajo la metodología Bayesiana usando métodos de Monte Carlo por Cadenas de Markov (MCMC) como son los algoritmos de Gibbs y Metrópolis-Hasting. La validación de la metodología propuesta se ilustró haciendo uso de la serie S&P500. Los resultados indican que el modelo propuesto captura adecuadamente el comportamiento de la volatilidad aun en caso de asimetrías dada la innovación de incluir también la volatilidad en el parámetro de la media del modelo.

REFERENCIAS

- [1] Anyfantaki Sofia and Demos Antonis. Estimation and Properties of a Time-Varying EGARCH(1,1)-M Model. *Version: January 2012*.
- [2] Bollerslev, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* 31, pp. 177-181. published 1986.
- [3] Nelson D. B., Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach, Vol. 59, No 2 (Mar., 1991), 347-370.
- [4] Poon and Granger, Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review, *Journal of Economic Literature*, 41(2): 478-539, 2003.
- [5] Taylor S., Modelling financial time series, *Wiley*, 1986.

^a Email: arhernan65@gmail.com

^b Email: p3t3r1903@gmail.com

Aplicación de los modelos Paseo Aleatorio y Vuelo Aleatorio para modelar el transporte de partículas sobre el Lago de Valencia

A. Pineda^{1a}, M. A. Valera-López^{1b}, J. R. León-Ramos^{1c}, J. M. Guevara-Jordan^{1d}

¹ Escuela de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Av. Los Ilustres, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

El objetivo de esta presentación es describir el proceso de dispersión de contaminantes sobre el Lago de Valencia mediante los modelos de paseo aleatorio y vuelo aleatorio, siendo este último, un modelo introducido para mejorar el comportamiento de paseo aleatorio poco tiempo después del despliegue de las partículas. Interpretando la ecuación advección-difusión como la ecuación de Fokker-Plank, es posible describir la posición de una partícula de contaminante mediante ambos modelos estocásticos. Aunque ya han sido utilizados los modelos paseo y vuelo aleatorio para modelar el transporte de partículas, su aplicación al Lago de Valencia es nueva. Por lo tanto, los patrones de circulación y de sedimentos desarrollados en este estudio numérico representan una contribución original

Palabras Claves: Lago de Valencia, Paseo Aleatorio, Vuelo Aleatorio.

REFERENCIAS

- [1] Valera-López M., Guevara-Jordan J., García R., Saavedra I. León J.R., . Understanding Circulation in Lake Valencia, Venezuela by a Shallow-Water Model. *Ingeniería y Ciencias Aplicadas: Modelos Matemáticos y Computacionales*. ISBI: 978-980-7161-04-6, pág. MM37- MM42, SVMNI, (2014).
- [2] Fisher, H.B.; List, E.J.; Koh, R.C.Y., Imberger, J.; Brooks, N.H.: Mixing in inland and coastal waters. Academic Press, New York. (1979)
- [3] Garcia, R.; Kahawita, R.A.: Numerical solution of the St. Venant equations with the MacCormack finite difference scheme, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 6. (1983)
- [4] Heemink A.W.: Stochastics modelling of dispersion in shallow water, *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, Springer-Verlag, Vol. 4, pp. 161-174,(1990)
- [5] Pearson R.V.; Barber R.W.: Modelling depth-integrated contaminant dispersion in the Humber Estuary using a Langangian particle technique, *Transactions on Ecology and Environment*, WIT Press, Vol. 10. 383–392. (1996)

[6] Tsanis I.K.; Saied U.: A wind-driven hydrodynamic and pollutant transport model, *Global NEST Journal*, Vol. 9. 2. 117–131. (2007)

^a Email: angie.pineda@ciens.ucv.ve

^b Email: maira.valera@ciens.ucv.ve

^c Email: jose.leon@ciens.ucv.ve

^d Email: juan.guevara@ciens.ucv.ve

Fluctuaciones de la interfase en la ecuación de Cahn–Hilliard estocástica

Lorenzo Bertini^{1a}, Stella Brassesco^{22b}, Paolo Buttà^{1c}

¹ SAPIENZA Università di Roma

² Departamento de Matemática Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas

Se considera la solución de la ecuación de Cahn–Hilliard en \mathbb{R} , con una perturbación estocástica dada por la derivada espacial de un ruido blanco espacio–tiempo convenientemente truncada, y con una intensidad $\sqrt{\epsilon}$. Se estudia el efecto del ruido en la solución cuando la condición inicial es el frente estacionario que interpola entre las dos fases estables ± 1 , en el límite cuando $\epsilon \rightarrow 0$. Se sabe [1] que estos frentes son estables para la dinámica determinística ($\epsilon = 0$). Demostramos que, dado $\gamma < \frac{2}{3}$, con probabilidad que tiende a 1 cuando $\epsilon \rightarrow 0$, la solución permanece próxima a un frente por tiempos del orden de $\epsilon^{-\gamma}$, y consideramos las fluctuaciones en esta escala. Demostramos que son dadas por un proceso unidimensional continuo, autosemejante de orden $\frac{1}{4}$, no Markoviano, relacionado con un movimiento Browniano fraccionario. Este resultado refleja la influencia de la conservación de de “masa” de la ecuación original en las fluctuaciones de la interfase.

REFERENCIAS

[1] Bricmont, J., Kupiainen, A. y Taskinen, J. Stability of Cahn-Hilliard fronts. *Comm. Pure Appl. Math.* Vol 52 (1999) 839–871.

[2] Bertini, L., Brassesco, S. y Buttà, P. Front fluctuations for the stochastic Cahn-Hilliard equation *arXiv1403.1708B* (2014)

^b Email: sbrasses@ivic.gob.ve

Estimación por submuestreo bajo condiciones de dependencia débil

Patric Ango Nze^{1a}, Ricardo Rios^{2b}

¹ Univertité Lille III

² Universidad Central de Venezuela

En este trabajo consideramos la consistencia de estimadores por submuestreo de la esperanza, la función de densidad o la función de regresión de sucesiones de variables aleatorias estacionarias débilmente dependientes, incluyendo casos más allá de la mezcla o la correlación positiva, los cuales también son estudiados a efectos de comparar las velocidades de convergencia para los teoremas límites, explícitamente calculadas para cada caso estudiado.

^a Email: angonze@univ-lille3.fr

^b Email: ricardo.rios@ciens.ucv.ve

Sesión

Sistemas Dinámicos

LA DINÁMICA LINEAL DE SEMIGRUPOS DE MATRICES COMO GENERADOR DE HIPERCICLICIDAD

Nelyda Vargas D.^{1a}

¹ Universidad de Los Andes, Núcleo Dr. Pedro Rincón Gutiérrez

En esta investigación se estudian los sistemas dinámicos discretos asociados a operadores lineales, donde el comportamiento de sus sucesivas iteraciones permite abordar un concepto clave, la hiperciclicidad. Se destaca que aun cuando en dimensión finita no hay operadores hipercíclicos si existen n -uplas de operadores hipercíclicas. En primer lugar se muestra el concepto de un operador hipercíclico y la de una n -upla de operadores hipercíclica análogamente a la de un operador, luego se describe la existencia de una $(n + 1)$ -upla de matrices diagonales $n \times n$ hipercíclica sobre \mathbb{C}^n . En particular para $n = 1$, se construye un par de matrices diagonales sobre \mathbb{C} (conjuntos densos), cuyo semigrupo generado tiene una órbita que es densa. Los elementos de dicha órbita se visualizaron gráficamente mediante un algoritmo diseñado en el software Matlab. De esta manera, la hiperciclicidad no es un fenómeno que solo se presenta en espacios de dimensión infinita, ya que la dinámica lineal de semigrupo de matrices (conmutan) tiene una caracterización que actuando sobre \mathbb{C}^n es hipercíclico.

Palabras Clave: sistema dinámico discreto lineal, órbita densa, operador hipercíclico, n -upla de operadores hipercíclica.

REFERENCIAS

- [1] Costakis, G., Hadjiloucas, D. y Manoussos, A. "Dynamics of tuples of matrices". American Mathematical Society. Vol. 137(3), (2009) 1025-1034.
- [2] Feldman, N. "Hypercyclicity and supercyclicity for invertible bilateral weighted shifts". Proc. Amer. Math. Soc. Vol. 131, (2003) 479-485.
- [3] Feldman, N. "Hypercyclic tuples of operators and somewhere dense orbits". J. Math. Anal. Appl. Vol. 346(1), (2008) 82-98.
- [4] Gethner, R. y Shapiro, J. "Universal vectors for operators on spaces of holomorphic functions". Proc. Amer. Math. Soc. Vol. 100, (1987) 281-288.
- [5] Godefroy, G. y Shapiro, J. "Operators with Dense, Invariant, Cyclic Vector Manifolds". J. Funct. Anal. Vol. 98(2), (1991) 229-269.
- [6] Grosse-Erdmann, K. y Peris, A. (2011). *Linear Chaos*. New York : Springer-Verlag London Limited
- [7] Kitai, C. (1982). *Invariant closed sets for linear operators*. [Ph.D. tesis]. Universidad de Toronto, Canada.
- [8] León, F. y Muller, V. "Rotations of hypercyclic and supercyclic operators". Integral Equations Operator Theory. Vol. 50, (2004) 385-391.
- [9] MacCluer, B. (2009). *Elementary Functional Analysis*. New York: Springer-Verlag.
- [10] Rolewicz, S. "On orbits of elements". Studia Math. Vol. 32, (1969) 17-22.
- [11] Rudin, W. (1974). *Real and complex analysis*. (2^a ed.). New York: McGraw-Hill.
- [12] Salas, H. "Hypercyclic weighted shifts". Trans Amer. Math. Soc. Vol. 347, (1995) 993-1004.
- [13] Saxe, K. (2001). *Beginning functional analysis*. New York: Springer-Verlag.
- [14] Shapiro, J. (2001). *Notes on the dynamics of linear operators*. Lectura en Conferencia no publicada. Disponible en: <http://www.mth.msu.edu/shapiro/Pubvit/Downloads/LinDynamics/lindynamics.pdf>
- [15] Shields, A. "Weighted shift operators and analytic function theory". Topics in operator theory, Amer. Math. Soc., Providence, R.I. Vol. 13, (1974) 49-128.
- [16] Shkarin, S. "Hypercyclic tuples of operators on \mathbb{C}^n and \mathbb{R}^n ". Linear and Multilinear Algebra. Vol. 60(8), (2011) 885-896.

[17] Uzcátegui, C. (2011). *Los números reales y el infinito*. [libro en línea]

Disponible en: <http://webdelprofesor.ula.ve/ciencias/uzca/Libros/RealesInfinito-marzo2011.pdf>.

[18] Weintraub, S. (2009). *Jordan Canonical Form*. Washington: Morgan y Claypool.

^a Email: nelidav@ula.ve

Modelaje de ESTABILIZANTES TÉRMICOS ALTERNATIVOS PARA PVC

Oswaldo J. Larreal B.^{1a}, Juan Chirinos C.^{2b}, Nadia V. Sanchez R.^{3c}

¹ Universidad del Zulia, Departamento de Matemática de la FEC

² Universidad del Zulia, Departamento de Química de la FEC

³ INZIT

En este trabajo se estudia la degradación y estabilización del PVC (Policloruro de Vinilo) en presencia de estabilizantes térmicos. Se uso el modelo matemático-cinético

$$\frac{d[HCl]}{dt} = \frac{d[Polienos]}{dt} = -\frac{PVC}{dt}$$

el cual permite determinar la concentración de HCl (ácido clorhídrico) instantáneo durante el proceso de degradación, en el caso isotérmico. Por otro lado se verifico que los datos obtenido por el equipo PVC Thermomat, modelo 763, marca Methrom.13, que fueron modelado por una función (no lineal) obtenida por métodos de mínimo cuadrado, coinciden con ecuación matemática-cinética.

^a Email: olarreal@gmail.com

^b Email: jchirinos@fec.luz.edu.ve

^c Email: nadia.vsr@gmail.com

Controlabilidad de Sistemas Descriptores Semilineales

H. Leiva^{1a}, A. Ríos^{1b}, J. L. Sánchez^{2c}, A. Tineo Moya^{3d}

¹ Departamento de Matemática, UNIVERSIDAD DE LOS ANDES, MÉRIDA 5101, VENEZUELA.

² Departamento de Matemática, Universidad Central de Venezuela, Caracas, DP 1051, Venezuela

³ Facultad de Ingeniería, Departamento de Control, UNIVERSIDAD DE LOS ANDES, MÉRIDA 5101, VENEZUELA.

En este artículo se estudia la controlabilidad de sistemas descriptores no autónomos semilineales. La condición de controlabilidad es probada por aplicación del teorema de punto fijo de Rothe para un sistema no autónomo semilineal, el cual se obtiene por transformación del sistema descriptor original, a partir de una aplicación inyectiva. En consecuencia, la controlabilidad del sistema no autónomo semilineal es equivalente a la condición de controlabilidad del sistema descriptor no autónomo semilineal.

REFERENCIAS

[1] Balachandran K., Dauer J. P. *Controllability of Perturbed Nonlinear Delay Systems*, IEEE Trans. Auto. Cont. AC-32 (1987) 172-174.

[2] Berger T. and Reis T., *Controllability of linear differential-algebraic systems - a survey*, Institut für Mathematik, Technische Universität Ilmenau, 2009, Germany.

[3] Balachandran K., Dauer J. P. and Sangeetha S., *Controllability of Nonlinear Evolution Delay Integrodifferential Systems*, Appl. Math. Comput. 139 (2003) 63-84.

[4] Brezis H., *Analisis Funcional, Teoría y Aplicaciones*. Alianza Universitaria Textos, Masson, Paris, 1983. Ed. cast.: Alinza Editorial, S. A., Madrid, 1984.

- [5] Chukwu E. N., *Stability and Time-Optimal Control of Hereditary Systems*, Mathematics in Science and Engineering, Vol. 188, Academic Press, INC., 1992.
- [6] Chukwu E. N., *Nonlinear Delay Systems Controllability*, Math. Anal. Appl. 162 (1991) 564-576.
- [7] Chukwu E. N., *Global Null Controllability of Nonlinear Delay Equations with Controls in a Compact Set*, Optim. Theo. Appl. 53 (1987) 43-57.
- [8] Chukwu E. N., *Controllability of Delay Systems with Restrained Controls*, Optim. Theo. Appl. 29 (1979) 301-320.
- [9] Chukwu E. N. *On the Null-Controllability of Nonlinear Delay Systems with Restrained Controls*, Math. Anal. Appl. 76 (1980) 283-296.
- [10] Chukwu E. N., *Null Controllability in Function Space of Nonlinear Retarded Systems with limited control*. Mathematical Analysis and Applications, 103, (1984) 198-210.
- [11] Coron J. M., *Control and Nonlinearity*. Vol. 136 of Mathematical Surveys and Monographs. American Mathematical Society, Providence, RI, 2007.
- [12] Curtain R. F. and Pritchard A. J., *Infinite Dimensional Linear Systems*. Lecture Notes in Control and Information Sciences, 8. Springer Verlag, Berlin (1978).
- [13] Curtain R.F. and Zwart H.J., *An Introduction to Infinite Dimensional Linear Systems Theory*. Text in Applied Mathematics, 21. Springer Verlag, New York (1995).
- [14] Dauer J.P., *Nonlinear Perturbation of Quasilinear Control Systems*. J. Math. Anal. Appl. 54 (1976), 3, 717-725.
- [15] Do V.N. *Controllability of Semilinear Systems*. J. Optim. Theory Appl. 65 (1990), 1, 41-52.
- [16] G. Isac, *On Rothe's Fixed Point Theorem in General Topological Vector Space*, An. St. Univ. Ovidius Constanta, Vol. 12(2), 2004, 127-134.
- [17] Iturriaga E. and Leiva H., *A Characterization of Semilinear Surjective Operators and Applications to Control Problems*. Applied Mathematics, 2010, 1, 137-145.
- [18] Lee E. B. and Markus L., *Foundations of Optimal Control Theory*, Wiley, New York, 1967.
- [19] Leiva H., *Rothe's fixed point and Controllability of Semilinear nonautonomous systems*, Systems & Control Letters, 2014, 67, 14-18.
- [20] Luenberger D. G., *Dynamic equations in descriptor form*, IEEE Trans. Automat. Control, 1977, 22, 3, 312-321.
- [21] Lukes D., *Global Controllability of Nonlinear Systems*. SIAM J. Control Optim. 10(1), 112-126, (1973).
- [22] Mehrmann V. and Stykel T., *Descriptor systems: A general mathematical framework for modelling, simulation and control*. Technical report, Institut für Mathematik, Technische Universität Berlin, Germany.
- [23] Mirza K. B. and Womack B. F., *On the Controllability of Nonlinear Time-Delay Systems*, IEEE Trans. Auto. Cont. Short Papers (1972) 812-814.
- [24] Nieto J. and Tisdell C., *On exact controllability of first-order impulsive differential equations*. Advances in Difference Equations 2010, art. no. 136504, 9 pages.
- [25] Sinha A. S. C., *Null-Controllability of Non-Linear Infinite Delay Systems with Restrained Controls*, Int. J. Cont. 42 (1985) 735-741.
- [26] Sinha A. S. C. and Yokomoto C. F., *Null Controllability of a Nonlinear System with Variable Time Delay*, IEEE Trans. Auto. Cont. AC-25 (1980) 1234-1236.
- [27] Smart D. R., *Fixed Point Theorems*, Cambridge University Press, 1974.
- [28] Sontag E. D., *Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems*, Springer, New York, NY, USA, 2nd edition, 1998.
- [29] Vidyasager M., *A Controllability Condition for Nonlinear Systems*. IEEE Trans. Automat. Control. AC-17(1972), 5, 569-570.

^a Email: hleiva@ula.ve

^b Email: atemoya@ula.ve

^c Email: jsanchez@hotmail.com

^d Email: ilich@ula.ve

Robustness of the Approximate Controllability for Linear Descriptor Systems

H. Leiva^{1a}, A. Ríos-Bolívar^{1b}, M. Narvaez^{1c}

¹ Universidad de Los Andes

In this paper, the robustness of the approximate controllability for descriptor linear systems in Hilbert's spaces is evaluated. The robustness means that approximate controllability condition is not destroyed if the descriptor system is disturbed by "small" unbounded linear operator. This is done transforming the problem of study the approximate controllability of the original descriptor system 10

$$Ez' = Az + B(t)u(t), \quad t > 0, \quad z \in Z, \quad u \in U, \quad (10)$$

with Z, U are Banach's spaces, $t \rightarrow B(t) : \mathbb{R} \rightarrow L(U, Z)$ is continuous in the strong operator topology of $L(U, Z)$, E is an surjective unbounded infinitesimal operator, A is the infinitesimal generator of a strongly continuous semigroup $\{T(t; A)\}_{t \geq 0}$ in Z and the control function u belongs to the spaces $L^2([0, \tau]; U)$; into the problem of proving that a unbounded linear operator is surjective, which allows to transform that descriptor system to a linear evolution equation. After, employing a perturbation principle from linear operator theory ?, a characterization of dense range linear operators in Hilbert's spaces, the Uniform Boundedness Principle of Banach-Steinhaus ??? and recent ideas used by Bashirovet *al.* to study semilinear systems in ???, the robustness of the approximate controllability is considered. Thus, the robustness of the approximate controllability for the linear evolution equation corresponds to robustness property for the original descriptor system, considering a class of perturbation $\mathcal{P}(A) \supset L(Z)$ defined in ? of unbounded linear operators P on Z , i.e. study the approximate controllability of the perturbed system

$$Ez' = (A + P)z + B(t)u(t), \quad t > 0, \quad (11)$$

for P in a neighborhood $\mathcal{N}(0) \subset \mathcal{P}(A)$ of 0.

^a Email: hleiva@ula.ve

^b Email: ilich@ula.ve

^c Email: mnarvaez@ula.ve

Robustness of the Approximate Controllability for Evolution Equations

H. Leiva^{1a}, N. Merentes^{2b}, M. Narvaez^{1c}, A. Ríos-Bolívar^{1d}

¹ Universidad de Los Andes

² Universidad Central de Venezuela

In this paper we prove that the approximate controllability for linear evolution equations in Hilbert's spaces is not destroyed if we perturb the equation by "small" unbounded linear operator. This is done by employing a perturbation principle from linear operator theory, a characterization of dense range linear operators in Hilbert's spaces, the uniform bounded principle of Banach-Steinhaus and recent ideas used by Bashirov *et al.* to study semilinear systems. Finally, we apply this result to prove the approximate controllability of the perturbed heat equation.

REFERENCIAS

[1] A.E. BASHIROV AND N. GHAHRAMANLOU, *On Partial Approximate Controllability of Semilinear Systems*. COGENTENG-Engeneering, Doi: 10.1080/23311916.2014.965947. (2014).

- [2] A.E. Bashirov and Noushin Ghahramanlou, *On Partial Complete Controllability of Semilinear Systems*. Abstract and Applied Analysis, Vol. 2013, Article ID 52105, 8 pages.
- [3] A.E. Bashirov, N. Mahmudov, N. Semi and H. Etikan, *No On Partial Controllability Concepts*. International Journal of Control, Vol. 80, N° 1, January 2007, 1-7.
- [4] S. Boulite, A. Idrissi and L. Maniar, *No Robusness of Controllability Under Some Unbounded Perturbation*. J. Math. Anal. Appl. 304 (2005)409-421.
- [5] D.BARCENAS, H. LEIVA AND Z. SIVOLI, *A Broad Class of Evolution Equations are Approximately Controllable, but Never Exactly Controllable*. IMA J. Math. Control Inform. **22**, no. 3 (2005), 310–320.
- [6] R.F. Curtain and A.J. Pritchard, *Infinite Dimensional Linear Systems*. Lecture Notes in Control and Information Sciences, **8**. Springer Verlag, Berlin (1978).
- [7] R.F. Curtain, H.J. Zwart, *An Introduction to Infinite Dimensional Linear Systems Theory*. Text in Applied Mathematics, **21**. Springer Verlag, New York (1995).
- [8] D. Henry, *Geometric Theory of Semilinear Parabolic Equations*. Lecture Notes in Mathematics, **840**. Springer Verlag, New York (1993).
- [9] Leiva H, Merentes N, Narváez M, *Unbounded Perturbation Of The Controllability For Stochastic Evolution Equations*, International Journal of Evolution Equations, Volume 6, Number 1, pag 77-88, year 2012.
- [10] Leiva. H, *Unbounded perturbation of the controllability for evolution equations*, T. Math. Anal. Appl,280(2003)1-8.
- [11] H. Leiva, N. Merentes and J.L. Sanchez “Interior Controllability of the Benjamin-Bona-Mahony Equation”. Journal of Mathematis and Applications, N° 33,pp. 51-59 (2010).
- [12] H. Leiva, N. Merentes and J. Sanchez .^A *Characterization of Semilinear Dense Range Operators and Applications*”, Abstract and Applied Analysis, Vol. 2013, Article ID 729093, 11 pages.
- [13] E. B. Lee, L. Markus, *Foundations of Optimal Control Theory*, Wiley, New York, 1967.
- [14] Dunford. N, Schwartz .J, *Linear Operators General Theory, Part I*, in: Wiley Classics Library, Wiley, New York, 1988.
- [15] E. Hille, R.S. Phillips, *Funtional Analysis and Semi-Groups*, vol 31, American Mathematical Society,1985.

^a Email: hleiva@ula.ve

^b Email: nmerucv@gmail.com

^c Email: mnarvaez@ula.ve

^d Email: ilich@ula.ve

Controlabilidad Aproximada de la Ecuación de la Onda Fuertemente Amortiguada Semilineal con Impulso

Hanzel Lárez^{1a}, Hugo Leiva^{2b}, J. Rebaza^{3c}

¹Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería, Escuela Básica, Mérida.

² Universidad de Los Andes, Facultad de Ciencias Departamento de Matemática, Mérida.

³ Missouri State University, Department of Mathematics, Springfield, MO 65897, USA.

Aplicaremos el Teorema del Punto Fijo de Rothe para probar la controlabilidad aproximada de la siguiente ecuación de la Onda Fuertemente Amortiguada Semilineal con Impulso, con condiciones de frontera de Dirichlet.

$$\begin{cases} w_{tt} + \eta(-\Delta)^{1/2}w_t + \gamma(-\Delta)w = 1_\omega u(t, x) + f(t, w, w_t, u(t)), & \text{en } (0, \tau) \times \Omega, \\ w = 0, & \text{en } (0, \tau) \times \partial\Omega, \\ w(0, x) = w_0(x), \quad w_t(0, x) = w_1(x), & \text{en } \Omega, \\ w_t(t_k^+, x) = w_t(t_k^-, x) + I_k(t_k, w(t_k, x), w_t(t_k, x), u(t_k, x)), \quad x \in \Omega, \end{cases} \quad (12)$$

en el espacio $Z_{1/2} = D((-\Delta)^{1/2}) \times L^2(\Omega)$, $k = 1, 2, \dots, p$, Ω es un dominio acotado en \mathbb{R}^N ($N \geq 1$), ω es un subconjunto abierto no vacío de Ω , 1_ω denota la función característica del conjunto ω , el

control de distribución $u \in L^2(0, \tau; L^2(\Omega))$, η, γ son números positivos y $f, I_k \in C([0, \tau] \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}; \mathbb{R})$, $k = 1, 2, 3, \dots, p$ cumplen ciertas condiciones.

REFERENCIAS

- [1] D.D. BAINOV, V. LAKSHMIKANTHAM AND P.S. SIMEONOV, *Theory of Impulsive Differential Equations*. Singapore: World Scientific, 1989.
- [2] J. BANAS AND K. GOEBEL, *Measures of Noncompactness in Banach Spaces*. Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics, 60. Marcel Dekker, Inc., New York, 1980.
- [3] D.BARCENAS, H. LEIVA AND Z. SIVOLI, *A Broad Class of Evolution Equations are Approximately Controllable, but Never Exactly Controllable*. IMA J. Math. Control Inform. **22**, no. 3 (2005), 310–320.
- [4] H. BREZIS, *Analisis Funcional, Teoria y Aplicaciones*. Alianza Universitaria Textos, Masson, Paris, 1983. Ed. cast.: Alinza Editorial, S. A., Madrid, 1984.
- [5] D. N. CHALISHAJAR, *Controllability of Impulsive Partial Neutral Funcional Differential Equation with Infinite Delay*. Int. Journal of Math. Analysis, Vol. 5, 2011, N° 8, 369-380.
- [6] S. CHEN AND R. TRIGGIANI, "Proof of Extensions of two Conjectures on Structural Damping for Elastic Systems", Pacific Journal of Mathematics, Vol. 136, N01, 1989.
- [7] LIZHEN CHEN AND GANG LI, *Approximate Controllability of Impulsive Differential Equations with Nonlocal Conditions*. International Journal of Nonlinear Science, Vol.10(2010), N° 4, pp. 438-446.
- [8] R.F. CURTAIN, A.J. PRITCHARD, *Infinite Dimensional Linear Systems*. Lecture Notes in Control and Information Sciences, 8. Springer Verlag, Berlin (1978).
- [9] R.F. CURTAIN, H.J. ZWART, *An Introduction to Infinite Dimensional Linear Systems Theory*. Text in Applied Mathematics, 21. Springer Verlag, New York (1995).
- [10] G. ISAC, "On Rothe's Fixed Point Theorem in General Topological Vector Space", An. St. Univ. Ovidius Constanta, Vol. 12(2), 2004, 127-134.
- [11] H. LAREZ, HUGO LEIVA AND J. REBAZA "Approximate Controllability of a Damped Wave Equation", Canadian Applied Math. Quarterly, Vol. 20, N0. 3, Fall 2012.
- [12] H. LEIVA, "A Lemma on C_0 -Semigroups and Applications PDEs Systems" Quaestiones Mathematicae, Vol. 26, pp. 247-265 (2003).
- [13] H. LEIVA, N. MERENTES and J. SANCHEZ "A Characterization of Semilinear Dense Range Operators and Applications", Abstract and Applied Analysis, Vol. 2013, Article ID 729093, 11 pages.
- [14] H. LEIVA, N. MERENTES AND J.L. SANCHEZ "Interior Controllability of the Benjamin-Bona-Mahony Equation". Journal of Mathematics and Applications, N° 33, pp. 51-59 (2010).
- [15] A. PAZY *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations*, Springer-Verlag, New York, (1983).
- [16] N.A. PERESTYUK AND A.M. SAMOILENKO, *Impulsive Differential Equations*. Singapore: World Scientific, 1995.
- [17] M.H. PROTTER, *Unique continuation for elliptic equations*. Transaction of the American Mathematical Society, Vol. 95, N° 1, Apr., 1960.
- [18] BHEEMAN RADHAKRISHNAN AND KRISHNAN BALACHANDRAN, *Controllability Results for Semilinear Impulsive Integrodifferential Evolution Systems with Nonlocal Conditions*, J. Control Theory Appl. 2012, 10(1), 28-34.8. Springer Verlag, Berlin (1978).
- [19] S. SELVI AND M. MALLIKA ARJUNAN, *Controllability Results for Impulsive Differential Systems with Finite Delay* J. Nonlinear Sci. Appl. 5 (2012), 206-219.
- [20] J. D.R. SMART, *Fixed Point Theorems*. Cambridge University Press (1974).

^a Email: larez@ula.ve, ilich@ula.ve

^b Email: hleiva@ula.ve

^c Email: jrebaza@missouristate.edu

Controlabilidad de la Ecuación de la Viga Semilineal

A. Carrasco^{1a}, H. Leiva^{2b}, J.L. Sanchez^{3c}

¹ Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado

² Universidad de los Andes

³ Universidad Central de Venezuela

En este trabajo se estudia la controlabilidad de la ecuación de la Viga semilineal, dada por

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 y(t,x)}{\partial t^2} &= 2\beta \Delta \frac{\partial y(t,x)}{\partial t} - \Delta^2 y(t,x) + u(t,x) + f(t, (y, y_t, u)(t,x)), \text{ en } (0, \tau) \times \Omega, \\ y(t,x) &= \Delta y(t,x) = 0, \text{ sobre } (0, \tau) \times \partial\Omega, \end{cases}$$

en el espacio $Z_1 = D(\Delta) \times L^2(\Omega)$, donde $\beta > 1$, Ω es un dominio acotado suficientemente regular en \mathbb{R}^N , el control distribuido u pertenece a $L^2([0, \tau]; U)$ ($U = L^2(\Omega, \mathbb{R}^m)$) y la función no lineal $f : [0, \tau] \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow L^2(\Omega, \mathbb{R}^n)$ es suficientemente suave y existen $\eta, a, b, c \in \mathbb{R}$ y $\frac{1}{2} \leq \eta \leq 1$ tal que

$$|f(t, y, v, u)| < a(|y| + |v|) + b|u|^\eta + c, \quad \forall y, v, u \in \mathbb{R},$$

REFERENCIAS

- [1] A.E. Bashirov, N.I. Mahmudov, N. Semi and H. Etikan. artial Controllability Concepts. *International Journal of Control.*, 80 (2007), n°. 1. pp. 1-7.
- [2] A.E. Bashirov and N. Ghahramanlou. On Partial Complete Approximate Controllability of Semilinear Systems. *Abstract and Applied Analysis*. Vol. **2013**, Article ID **52105**, (2014) 8 pages.
- [3] A.E. Bashirov and N. Ghahramanlou, On Partial Approximate Controllability of Semilinear Systems. *COGENTENG-Engineering*, Doi: 10.1080/23311916.2014.965947. (2014).
- [4] H. Leiva. Interior Approximate Controllability of Semilinear Heat Equation with Delay. *Accepted to International Journal of Control.* (2015)
- [5] H. Leiva, N. Merentes and J.L. Sanchez. A Characterization of Semilinear Dense Range Operators and Applications. *Abstract and Applied Analysis*. Vol. **2013**, 11 pages.

^a Email: acarrasco@ucla.edu.ve

^b Email: hleiva@ula.ve

^c Email: casanay085@hotmail.com

UNA CARACTERIZACIÓN PROXIMAL DEL CONJUNTO ALCANZABLE PARA UNA INCLUSIÓN DIFERENCIAL CON RETRASO EN EL TIEMPO

Vinicio R. Ríos^{1a}

¹ Universidad del Zulia, Facultad Experimental de Ciencias, Departamento de Matemáticas, Apartado 526, Maracaibo.

Consideramos un sistema de control que exhibe una componente con retraso en el tiempo, el cual está parametrizado por la inclusión diferencial

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &\in F(x(t), x(t - \delta(t))), \quad \text{c.t.p. } t \in [0, T], \\ x(t) &= \phi(t), \quad t \in [-\Delta, 0], \quad x(0) \in A, \end{aligned} \tag{ID}$$

siendo $F : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ una multifunción, $T, \Delta > 0$, A compacto, $\phi : [-\Delta, 0] \rightarrow \mathbb{R}^n$ una *historia* acotada y medible según Lebesgue y $\delta : \mathbb{R} \rightarrow [0, \Delta]$ continua en subconjuntos compactos. De gran importancia para el estudio del sistema (ID) es su conjunto alcanzable en el tiempo $t \geq 0$:

$$\mathcal{R}_F(t) := \{x(t) : x(\cdot) \text{ es solución de (ID)}\}.$$

La presente charla muestra una ruta para caracterizar el grafo de la multifunción $\mathcal{R}_F(\cdot)$

$$\text{Gr}(\mathcal{R}_F) := \{(t, x) : t \geq 0, x \in \mathcal{R}_F(t)\}$$

por medio de desigualdades proximales del tipo Hamilton-Jacobi cuando el multicampo F satisface hipótesis estructurales del tipo disipativo. El resultado anunciado generaliza a aquellos obtenidos en [1, 2] y muestra una fuerte analogía con varias teorías sobre soluciones generalizadas de la ecuación de Hamilton-Jacobi.

REFERENCIAS

- [1] F. Clarke, A proximal characterization of the reachable set. *Systems and Control Letters*. No. **27**, (1996) 195-197.
 [2] V. Ríos and P. Wolenski, Proximal characterization of the reachable set for a discontinuous differential inclusion. *Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences*. Vol. **76**, (2008) 270-279.

^a Email: vrios@demat-fecluz.org

A Food Chain Model Holling Type II with Distributed Delay

Mario Cavani^{1a}, Teodoro Lara^{2b}, Nelson Merentes^{3c}, Sael Romero^{1d}, Mayrelly Valera^{4e}

¹ Universidad de Oriente-Núcleo de Sucre. Cumaná. Venezuela.

² Departamento de Física y Matemáticas, Universidad de los Andes - N. U. Rafael Rangel. Trujillo. Venezuela.

³ Universidad Central de Venezuela. Caracas. Venezuela.

⁴ Universidad Nacional Experimental Simón Rodríguez. Valera. Venezuela.

In this research we introduce and study, analytic and numerically, a model of chemostat with distributed delay, this a generalization of the model, with no delay, first treated by Kuang. We give conditions for asymptotic stability, survival of species or extinction of them.

REFERENCIAS

- [1] T. A. Burton, *Volterra Integral Differential Equations*, Academic Press. New York, (1983).
 [2] J. Caperon, *Time Lag in Population Growth Response of Isochysis Galbana to a variable Nitrate Environment*, *Ecology* **50** (1969), 188-192.
 [3] M. Cavani and T. Lara and S. Romero, *Hopf Bifurcation for Simple Food Chain Model with Delay*, *Electronic Journal of Differential Equations* vol. 2009 **76** (2009), 1-10.
 [4] J. M. Cushing, *Integrodifferential Equations and Delay Models in Population Dynamics*, *Lecture Notes in Biomath.* **20**, Springer-Verlag, Heidelberg (1977).
 [5] Y. Kuang, *Limit Cycles in a Chemostat*, *SIAM J. Appl. Math* vol. 49 **6** (1989), 1759-1767.
 [6] N. MacDonald, *Time Lag in Simple Chemostat Model*, *Biotecnol. Bioengr* **18** (1976), 805-812.
 [7] R. K. Miller, *Nonlinear Volterra Integral Equations*, Benjamin. New York (1972).
 [8] F. M. Scudo and J. R. Ziegler, *The Golden Age of Theoretical Ecology: 1923-1940*, *Lecture Notes in Biomath.* **22**, Springer-Verlag, Berlin (1978).
 [9] G. Wolkowics and H. Xia and S. Ruan, *Competition in the Chemostat: A Distributed Delay Model and its Applications*, *SIAM J. Appl. Math* vol. 57 **57** (1997), 1281-1310.

^a Email: mcavani@sucre.udo.edu.ve

^b Email: tlara@ula.ve

^c Email: nmerucv@gmail.com

^d Email: sromero@sucre.udo.edu.ve

^e Email: mayrellyvalera@yahoo.es

Sesión

Topología y Geometría

Condiciones de Withney en Pseudovariedades Estratificadas

Tomás Guardia^{1a}

¹ Centro de Geometría. Escuela de Matemática. Facultad de Ciencias. Universidad Central de Venezuela.

Los espacios estratificados son una extensión natural de las variedades. Si en estos espacios se definen cartas cónicas estamos en presencia de pseudovariedades estratificadas. La cohomología de intersección es una teoría de homología en pseudovariedades que se contruye por medio de explosiones. Se sabe que la propiedad de Thom-Mather equivale a la explosión. En esta disertación veremos que una tercera caracterización de las explosiones son las condiciones (A-B) de Withney.

REFERENCIAS

- [1] Pflaum, Markus. *Analytic and Geometric study of Stratified Spaces*. Lecture Notes in Mathematics Vol.1768. Springer. Berlin 2001.
- [2] Mather, John *Notes on Topological Stability* Harvard University, 1970.
- [3] Thom, Rene *Ensembles et Morphismes Stratifiés* Bulletin of American Mathematical Society. Vol 75, No 4. Pag 240-284, 1969.

^a Email: tomas.guardia@ciens.ucv.ve

Estructuras $\Omega - H$ equivalentes

Richard Malavé Guzmán^{1a}

¹ Departamento de Matemáticas, Universidad Simón Bolívar, Miranda - Venezuela

Dado el espacio de conexión afín $A_n = (M, \nabla)$ donde M una variedad diferenciable de dimensión n y ∇ una conexión, se introduce una métrica formal g , resultando así la estructura $\mu = (M, \nabla, g)$, donde por lo general la conexión no es concordante con la métrica, lo cual desde un punto de vista físico es no deseable [1]. Esto permite introducir las estructuras $\Omega - H$ equivalentes con μ , como una extensión de las estructuras geométricas H equivalentes [3], esto se logra definiendo una 1- forma Ω de manera que al actuar sobre un campo vectorial específico genere campos tensoriales que se relacionen con los componentes tensoriales de H . Se propone en este trabajo mostrar las relaciones de $\Omega - H$ equivalencias entre las estructuras de Lyra, Weyl, Riemann y proyectivas.

REFERENCIAS

- [1] Kuo-Shung, C. *New identities on the Riemann tensor*, J. Math. Phys, New York 17 1976.
- [2] Malavé R. *Estructuras $\Omega - H$ equivalentes equidistantes y su aplicación a la mecánica*, Universidad Central de Venezuela (tesis doctoral) (2014).
- [3] Martínez R. *Espacios con conexión afín H -equivalentes y su importancia en la mecánica*, Universidad Central de Venezuela (tesis doctoral) (1991).

^a Email: rmalaveg@gmail.com

Segmentos y puntos de Poncelet, la circunferencia de los nueve puntos y la recta de Euler.

Haller J. Bracho H.^{1a}, Carlos R. Ferrer C.^{1b}

¹ Universidad del Zulia.

Sea \mathcal{C} la circunferencia de los nueve puntos de un triángulo (circunferencia que pasa por los tres puntos medios de los lados, por los tres pies de las alturas y por los tres puntos de Euler de un triángulo). En la presente investigación se demostrará la existencia de \mathcal{C} , circunferencia descubierta por Leonard Euler en 1.765, pero utilizando los conceptos de segmento y punto de Poncelet. Además se caracterizarán todos los puntos de Poncelet de un triángulo y se usarán estos conceptos para probar la existencia de la recta de Euler y la proporcionalidad armónica de sus puntos con el centro de \mathcal{C} .

REFERENCIAS

- [1] D. Durán. El Círculo de los Nueve Puntos y la Recta de Euler. *Divulgaciones Matemáticas*. Vol. 13, (2005) 73–76.
 [2] D. Durán. *La Geometría Euclidiana*, Astrodata, Maracaibo, 2003.

^a Email: habracho@gmail.com

^b Email: crferrer@gmail.com

Invarianza Homotópica de la Cohomología de de Rham

Renzo Zanin^{1a}

¹ Centro de Geometría. Escuela de Matemática. Facultad de Ciencias. Universidad Central de Venezuela.

Las variedades suaves son espacios topológicos que localmente se asemejan a un espacio euclídeo. Si en estos espacios se definen formas diferenciales junto con el producto exterior y la derivada exterior, obtenemos un álgebra graduada con un operador lineal que incrementa el grado y tal que $d^2 = 0$. Podemos entonces definir el complejo de De Rham a partir del cual obtenemos la cohomología de De Rham. Decimos que dos variedades tienen el mismo tipo de homotopía si, para dos funciones en estas, existe una homotopía suave con inversa homotópica. En esta disertación veremos que dos variedades con el mismo tipo de homotopía tienen la misma cohomología de De Rham.

REFERENCIAS

- [1] Tu, Loring. *An Introduction to Manifolds*. Second Edition. Springer. Nueva York, 2010.
 [2] Sempliner, Jack. *A Primer On de Rham Cohomology and Spectral Sequences* The University of Chicago. <http://math.uchicago.edu/~may/REU2013/REUPapers/Sempliner.pdf>.
 [3] Mayencourt, Florent. *Cohomologie de De Rham et applications* École Polytechnique Fédéral de Lausanne <http://infoscience.epfl.ch/record/162463/files/mayencourt2.semestre.hess.pdf>.

^a Email: renzoalejandro@zanin.com

Clasificación de Geodésicas en superficies parametrizadas

Luis Rivas^{1a}

¹ Centro de Geometría. Escuela de Matemática. Facultad de Ciencias. Universidad Central de Venezuela.

Las geodésicas minimizan la distancia entre dos puntos en una superficie. Más aún, dentro de su geometría intrínseca, las geodésicas son a las superficies como las rectas son a los planos. A medida en que se modifique la superficie, se irán determinando cuales son las geodésicas más relevantes. Dado que no es trivial determinar la ecuación paramétrica de una geodésica, ya que se requiere resolver un sistema de ecuaciones diferenciales. Los procedimientos para hallar sus ecuaciones serán programados a través de Maple con el fin de tener un resultado óptimo. Con esta idea se busca generalizar los tipos de geodésicas según las condiciones iniciales de las superficies y sus parametrizaciones.

REFERENCIAS

- [1] Do Carmo, Manfredo. *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Prentice Hall, New Jersey, 1976.
- [2] Oprea, John. *Differential Geometry and its Applications*. Prentice Hall, New Jersey, 1997.
- [3] Lipschutz, Martin *Differential Geometry* Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, New York, 1969.

^a Email: lmrp89@gmail.com

Teorema de la Función Implícita en Variedades

Daniel Escobar^{1a}

¹ Centro de Geometría. Escuela de Matemática. Facultad de Ciencias. Universidad Central de Venezuela.

El teorema de la función implícita aborda la cuestión general de la dependencia entre variables ligadas por una ecuación, que es usada en diferentes áreas de la matemática. En este caso, haremos mención de las diferentes condiciones que serán necesarias para establecer este teorema en lo referente a las variedades, lo cual aún no ha sido definido y que es el propósito general de mi trabajo de tesis de la licenciatura de matemáticas.

REFERENCIAS

- [1] Krantz, Steven; Parks, Harold. *The Implicit Function Theorem*.
- [2] Tu, Loring. *An Introduction to Manifolds*
- [3] Burke, William. *Applied Differential Geometry*

^a Email: danielpro83@gmail.com

LA FÓRMULA DE BAKER HAUSDORFF CAMPBELL

Gabriel Santana^{1a}

¹ Departamento de Matemáticas, Universidad Simón Bolívar, Miranda - Venezuela

La fórmula de *Baker Hausdorff Campbell* dice que si $X, Y \in G$, donde G un grupo de Lie son suficientemente pequeños, respecto a la norma previamente definida, entonces

$$\log(e^X e^Y) = X + Y + \frac{1}{2}[X, Y] + \frac{1}{12}[X, [X, Y]] - \frac{1}{12}[Y, [X, Y]] + \dots$$

De manera que si definimos ϕ un homomorfismo del álgebra de Lie, tenemos que:

$$\phi(e^X e^Y) = e^{\log(e^{\phi(X)} e^{\phi(Y)})} = e^{\phi(X)} e^{\phi(Y)} = \phi(e^X) \phi(e^Y).$$

Por lo tanto, la fórmula Baker Hausdorff Campbell muestra que en los elementos de la forma e^X , con X pequeño, ϕ es un homomorfismo de grupos. Esta fórmula muestra que toda la información acerca del producto del grupo, cerca de la identidad, está “codificado” en el álgebra de Lie. Así, si ϕ es un homomorfismo de álgebras de Lie, entonces podemos observar que ϕ preserva la estructura del grupo.

REFERENCIAS

- [1] Brian, Hall *An Elementary Introduction to Groups and Representations*. Graduate Text in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 2003.
- [2] Loring, Tu *An Introduction to Manifolds* 2nd Edition. Universitext, Springer-Verlag, New York, 2010.
- [3] Varadajan, Veeravalli Seshadri *Lie Groups, Lie Algebras and their representations* Graduate Text in Mathematics, Springer-Verlag, New York 1984.

^a Email: santanagabriel7777@hotmail.com

Una aplicación de la Teoría de Invariantes en la Geometría Proyectiva

Eduardo Requena^{1a}

¹ Centro de Geometría. Escuela de Matemática. Facultad de Ciencias. Universidad Central de Venezuela.

El objetivo de este trabajo es mostrar como el uso de ciertas herramientas de la teoría de invariantes aplicada a las formas cuadráticas ternarias, optimiza el número de cálculos necesarios para la determinación de la posición de los haces de cónicas en el espacio proyectivo real. Estas herramientas algebraicas las cuales son llamados predicados, son bigraduadas.

REFERENCIAS

- [1] Briand, Emmanuel *Equations, inequations and inequalities characterizing the configurations of two real projective conics*. Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing, Vol.18, Num (1-2), Pág 21–52, 2007.
- [2] Petitjean, Sylvain *Invariant-Based characterization of the Relative Position of Two Projective Conics*. <http://www.loria.fr/~petitjea/papers/imaconics.pdf>
- [3] Levy, Harry *Projective and Related Geometries*. The Macmillan Co., New York, 1964.
- [4] Olver, Peter *Classical Invariant Theory*. Cambridge University Press, Cambridge, 1999..

^a Email: eduardo.requena@ciens.ucv.ve

Sistemas \mathcal{C} -ortocéntricos, Bisectrices y Euclidianidad en Planos de Minkowski

Tobías Rosas Soto^{1a}

¹ Universidad del Zulia

Mediante el estudio de ciertas propiedades geométricas de los sistemas \mathcal{C} -ortocéntricos, relacionadas con las nociones de: ortogonalidad Birkhoff e isósceles; bisectrices de Busemann y Glogovskij; y líneas soportes a una circunferencia, se muestran cuatro caracterizaciones de euclidianidad para planos de Minkowski arbitrarios. Dos de éstas generalizan caracterizaciones dadas para planos de Minkowski estrictamente convexos en [7], y las otras dos son nuevos aportes sobre el tema.

REFERENCIAS

- [1] A. C. Thompson. *Minkowski geometry*. Encyclopedia of Mathematics and Its Applications. Vol. 63. Cambridge University Press. Cambridge. ISBN 0-521-40472-X. 1996.
- [2] D. Amir. *Characterizations of inner product spaces*. Birkhäuser. Basel. ISBN 3-7643-1774-4. 1986
- [3] H. Busemann. Planes with analogues to euclidean angular bisectors. *Math. Scand.* Vol. 36, 5-11. 1975.
- [4] G. Birkhoff. Orthogonality in linear metric spaces. *Duke Math. J.* Vol. 1(2), 169-172. 1935.
- [5] H. Martini, K. J. Swanepoel and G. Weiß. The geometry of Minkowski spaces - A survey. Part I. *Expositiones Math.* 19, 97-142. 2001.
- [6] H. Martini and K. J. Swanepoel. The geometry of Minkowski spaces - A survey. Part II. *Expositiones Math.* 22, 93-144. 2004.
- [7] H. Martini and S. Wu. On orthocentric systems in strictly convex normed planes. *Extracta Mathematicae.* 24(1), 31-45. 2009.
- [8] J. Alonso, H. Martini and S. Wu. On Birkhoff orthogonality and isosceles orthogonality in normed linear spaces. *Aequationes Math.* 83, 153-189. 2012.
- [9] J. Alonso. Uniqueness properties of isosceles orthogonality in normed linear spaces. *Ann. Sci. Math. Quebec.* 18(1), 25-38. 1994.
- [10] R. A. Johnson. *Advanced euclidean geometry*. Dover Publications, Inc., Mineola, New York. ISBN-10: 0-486-46237-4. 2007.
- [11] R. C. James. Orthogonality in normed linear spaces. *Duke Math. J.* 12, 291-302. 1945.
- [12] S. Wu. *Geometry of Minkowski planes and spaces - Selected topics*. Ph. D. Thesis. Chemnitz University of Technology. 2009.
- [13] T. Rosas y W. Pacheco. Orthocentric systems in Minkowski planes. *Beiträge zur Algebra und Geometrie (BZAG)*. DOI 10.1007/s13366-014-0214-6. ISSN 0138-4821. 2014.
- [14] T. Rosas. Sistemas \mathcal{C} -ortocéntricos, bisectrices y euclidianidad en planos de Minkowski. Aprobado para ser publicado en el Vol. 2. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*. 2015.
- [14] Rosas T. Sistemas Ortocéntricos en planos de Minkowski y euclidianidad. Tesis Doctoral. Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, Barquisimeto, Venezuela. 2014.
- [15] V. V. Glogovskij. Bisectors on the Minkowski plane with norm $(x^p + y^p)^{\frac{1}{p}}$. *Visnik L'viv. Politehn. Inst.* 218, 192-198. 1970.

^a Email: tjrosas@hotmail.com

ORTOCENTROS DE TRIÁNGULOS EN EL ESPACIO n -DIMENSIONAL

Wilson Pacheco^{1a}, John Vargas^{2b}

¹ Departamento de Matemáticas, Universidad del Zulia

² Facultad experimental de Ciencias, Universidad del Zulia

Presentamos una manera de definir un conjunto de ortocentros para un triángulo en el espacio n -dimensional R^n y veremos algunas analogías de estos ortocentros con el ortocentro clásico de un triángulo en el plano Euclídeo.

REFERENCIAS

- [1] D. Durán. Didascalia geométrica. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*. **15(2)**,(2008) 303-307.
- [2] D. Durán. El círculo de los nueve puntos y la recta de Euler. *Divulgaciones Matemáticas*. **13(1)**, (2005) 73-76.
- [3] D. Durán. Geometría euclidiana plana. *EDILUZ*. Maracaibo. Venezuela ISBN 980-232-237-7. (1990).
- [4] H. Martini and M. Spirova. The Feuerbach circle and orthocentricity in normed planes. *L'Enseignement Mathématique*. Vol. **53 (2)**, (2007) 237-258.
- [5] W. Pacheco and T. Rosas.: On orthocentric systems in Minkowski planes *Beitr Algebra Geom* DOI 10.1007/s13366-014-0214-6

^a Email: wpacheco@demat-fecluz.org

^b Email: jvargas@demat-fecluz.org

Topologies and Semirings

Alirio Peña^{1a}, Jorge Vielma^{2b}

¹ Departamento de Matemáticas, Facultad Experimental de Ciencias, Universidad del Zulia, Maracaibo-Estado Zulia, Venezuela

² Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de los Andes, Mérida-Estado Mérida, Venezuela

Every topology has several types of structures (algebraic, ordered, and topological). In this work we considered a topology as a semiring where the sum and multiplication are the union and intersection, respectively. We exhibit some of the algebraic properties of this semiring. Also, we introduce some classes of semirings, and study several finiteness conditions. Finally, this work is the first part of a research which we study the ideal theory of this class of semirings.

REFERENCIAS

- [1] L. Fuchs, E. Heinzer and B. Olberding. Commutative Ideal Theory without Finiteness Conditions: Complete Irreducible Ideals. *Trans. Amer. Math. Soc.* **358** (2006), 3113-3131. Available in: <http://www.ams.org/tran/2006-358-07/S0002-9947-06-03815-3/S0002-9947-06-03815-3.pdf>
- [2] J. Golan. Semirings and their Applications. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1999.
- [3] L. Gillman and J. Meyer. Rings of Continuous Functions, Graduate Texts in Mathematics 4, Springer-Verlag, New York, 1976.

^a Email: apena@luz.edu.ve

^a Email: vielma@ula.ve

Una teoría unificada para formas generalizadas de continuidad y funciones abiertas

Carlos R. Carpintero F^{1a}

¹ Universidad de Oriente. Departamento de Matemática. Núcleo de Sucre

En 1963, Norman Levine [4] generaliza la noción de continuidad de una función. Este trabajo inspiró a muchos matemáticos a formular otras formas generalizadas de continuidad, tema de investigación que sigue siendo de interés en muchas áreas. En esta dirección, siguiendo a Vielma y Rosas [6], emplearemos la noción de ideal topológico [5] para investigar caracterizaciones y propiedades de formas generalizadas de continuidad y función abierta. Para este fin, introducimos formas abstractas de función continua y función abierta, denominadas función $\mu\mu'$ -continua y función $\mu\mu'$ -abierta (μ y μ' colecciones arbitrarias de subconjuntos)[1]. Mostramos que estas nociones permiten reducir el estudio y propiedades de muchas formas generalizadas de continuidad a un sólo marco teórico unificado. Algunas aplicaciones son dadas, en los casos particulares de topologías generalizadas y estructuras minimales [2], [3].

REFERENCIAS

- [1] C. Carpintero, E. Rosas, S. Hussain, J. Sanabria, M. Salas and D. Carvajal. A unified theory of generalized forms of continuous and open functions with applications. *Kochi Journal of Mathematics*. **9**, (2014), 109-120.
- [2] Á. Császár. Generalied topology, generalized continuity. *Acta Math. Hungar.* **96**, (2002), 351-357.
- [3] H. Maki, J. Umehara and T. Noiri. Every topoloical space is pre $T_{\frac{1}{2}}$. *Mem. Fac. Sci. Kochi. Univ. Ser. A Math* **17**, (1996), 33-42.
- [4] Levine, Norman. Semi-open sets and semi-continuity in topological spaces. *Amer. Math. Monthly* **70**, (1963), 36-41.
- [5] Kuratowski, K. *Topology. Academic Press, New York*, (1966).
- [6] J. Vielma y E. Rosas. $(\alpha, \beta, \theta, \partial, \mathcal{I})$ -continuous mappings and their decomposition. *Divulg. Mat*, **12(1)**, (2004), 53-64.

^a Email: carpintero.carlos@gmail.com

Abiertos minimales en términos de ideales

Margot Salas-Brown^{1a}

¹ Universidad de Oriente. Departamento de Matemática. Núcleo de Sucre. Cumaná. Venezuela

La noción de abiertos minimales fue introducida en el 2001 por F. Nakaoka y N. Oda [1], de la siguiente manera: un subconjunto abierto U de un espacio topológico (X, τ) es un abierto minimal si los únicos subconjuntos abiertos contenidos en U son \emptyset y el mismo U .

En 1933, Kuratowski [2], introduce el concepto de ideal topológico como sigue: un ideal \mathcal{I} sobre un conjunto no vacío X es una colección no vacía de subconjuntos de X la cual satisface:

- (1) Si $A_1 \in \mathcal{I}$ y $A_2 \in \mathcal{I}$ entonces $A_1 \cup A_2 \in \mathcal{I}$
- (2) Si $A_1 \in \mathcal{I}$ y $A_2 \subset A_1$ entonces $A_2 \in \mathcal{I}$

Definiremos conjuntos abiertos minimales en términos de ideales, estudiaremos sus propiedades y caracterizaremos sus subconjuntos no vacíos.

REFERENCIAS

- [1] F. Nakaoka and N. Oda, Some applications of minimal open sets. *Int. J. Math. Math. Sci.* **27**, no. 8 (2001) 471–476.
 [2] K. Kuratowski, *Topologies I. Warszawa.* (1933).

^a Email: salasbrown@gmail.com

Cerrados maximales en espacios topológicos generalizados

Darwin Cariaco^{1a}, Margot Salas-Brown^{1b}

¹ Departamento de Matemáticas, Universidad de Oriente, Cumaná, Venezuela

La noción de abiertos minimales fue introducida en el 2001 por F. Nakaoka y N. Oda [3], de la siguiente manera: un subconjunto abierto U de un espacio topológico (X, τ) es un abierto minimal si los únicos subconjuntos abiertos contenidos en U son \emptyset y el mismo U . Recientemente Ávila et. al. [1] generalizan y extienden este concepto, usando la noción de espacios topológicos generalizados (GTS) introducidos por Császár en el 2002 [2]. En esta charla hablaremos de los conjuntos cerrados maximales en espacios topológicos generalizados y sus propiedades, los cuales se obtienen de forma dual al considerar los complementos de los conjuntos abiertos minimales.

REFERENCIAS

- [1] J. Ávila, D. Cariaco, E. Rosas and M. Salas-Brown, On minimal open sets via generalized topology, Submitted.
 [2] Á. Császár, Generalized topology, generalized continuity. *Acta Math. Hungar.* **96** (2002) 351–357.
 [3] F. Nakaoka and N. Oda, Some applications of minimal open sets. *Int. J. Math. Math. Sci.* **27**, no. 8 (2001) 471–476.
 [4] K. Kuratowski, *Topologies I. Warszawa.* (1933).

^a Email: e.darwin5.18@gmail.com

^b Email: salasbrown@gmail.com

Una nueva topología generalizada más gruesa que la originalmente dada en un espacio topológico generalizado

José Sanabria^{1a}

¹ Departamento de Matemáticas, Escuela de Ciencias, Núcleo de Sucre, Universidad de Oriente, Cumaná, Venezuela

La teoría de topologías generalizadas ha sido ampliamente estudiada por Á. Császár en los trabajos [1]-[4]. En estos trabajos se han estudiados propiedades de una topología generalizada, axiomas de separación generalizados, formas generalizadas de continuidad, etc. En este trabajo se considera una colección de conjuntos descritos en términos del operador μ -interior de un espacio topológico generalizado (X, μ) para generar una nueva topología generalizada μ^* sobre X tal que $\mu^* \subset \mu$. Además, empleando la topología generalizada μ^* , se presentarán varios resultados, entre los cuales destacan nuevas caracterizaciones de algunos axiomas de separación generalizados en el espacio (X, μ) .

REFERENCIAS

- [1] Á. Császár. Generalized topology, generalized continuity. *Acta Math. Hungar.* Vol. **96**, (2002) 351–357.
 [2] Á. Császár. Extremally disconnected generalized topologies. *Annales Univ. Budapest, Section Math.* Vol. **47**, (2004) 151–161.
 [3] Á. Császár. Separation axioms for generalized topologies. *Acta. Math. Hungar.* Vol. **104**, (2004) 63–69.
 [4] Á. Császár. Generalized open sets in generalized topologies. *Acta. Math. Hungar.* Vol. **106**, (2005) 53–66.

^a Email: jesanabri@gmail.com

Formas Débiles de Normalidad a través de Operadores Asociados

Carlos Carpintero^{1a}, Yhonnatan Salazar^{2b}

¹ Departamento de Matemáticas, Universidad de Oriente, Cumaná, Venezuela

² Departamento de Matemáticas, Universidad de Oriente, Carúpano, Venezuela

S. Kasahara [2] define una operación u operador asociado a una topología τ sobre un conjunto X . Este concepto resultó muy importante, pues abrió muchas posibilidades y nuevos enfoques en el estudio de nuevas clases de conjuntos. En este sentido, H. Ogata [3] define los conjuntos τ_γ -abiertos, resultando la colección τ_γ de conjuntos τ_γ -abiertos un subconjunto de los abiertos topológicos. En este trabajo se estudian algunas nociones relacionadas con los conjuntos τ_γ -abiertos, se define los espacios τ_γ -Normales y se dan diversas caracterizaciones de estos espacios.

REFERENCIAS

- [1] Basu C. K., Uzzal B. M. y Ghosh M. K., *A class of functions and separations axioms with respect to an operation*, Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 38 (2) (2009).
 [2] Kasahara S., *Operator-compact spaces*. Math. Japon., (1979), 97-105.
 [3] Ogata H., *Operations on topological spaces and associated topology*, Math. Japon., 36 (1) (1991), 175-184.

^a Email: carpintero.carlos@gmail.com

^b Email: yhonnatansalazar@yahoo.es

Espacios γ -regulares y γ -completamente regulares

Neyra Ramirez^{1a}

¹ Universidad de Oriente. Escuela de Ciencias. Departamento de Matemática

En [1], A. Császár utiliza la noción de conjunto γ -abierto, para cierta clase de aplicaciones $\gamma : P(X) \rightarrow P(X)$, dada por el mismo en [2], para formular una noción de compacidad, llamada γ -compacidad, que recoge (o agrupa) muchas de las formas generalizadas de compacidad ya existentes en la literatura. En este trabajo, siguiendo este mismo estilo, se hace uso de la definición de conjunto γ -abierto para introducir una nueva noción de regularidad, denominada γ -regularidad. Se dan diversas caracterizaciones para esta noción y se exhibe, al igual que la γ -compacidad de Császár, que esta nueva noción agrupa muchas de las formas generalizadas de regularidad, ya existentes en la literatura, tales como: la semi-regularidad introducida por C. Dorsett [3], la strongly-regularidad dada por A. S Mashhour et al. [4], la β -regularidad proporcionada por S. Tahiliani [5] y la strongly- b -regularidad dada por I. Zorlutuna [6], entre otras. Además, se introduce una noción generalizada de espacio

completamente regular, que se denomina espacio γ -completamente regular y se muestra como esta relacionada con la noción de espacio γ -regular. REFERENCIAS

- [1] Császár Á., γ -compact spaces, *Acta Math. Hungar.*, 87 (1-2) (2000), 99-107.
- [2] Császár Á., *Generalized open sets*, *Acta Math. Hungar.*, 75 (1997), 65-87.
- [3] Dorsett C., *Semi-regular spaces*, *Soochow J. Math.*, 8 (1982), 45-53.
- [4] Mashhour A. S, Abd. El-Monsef M. E. y Hasanein I. A., *On pretopological spaces*, *Bull. Mathe. de la Soc. Math. de la R. S. de Roumanie*, Tome 28 (76) Nr. 1 (1984).
- [5] Tahiliani S., *Generalized β -closed functions*, *Bull. Cal. Math. Soc.*, 98 (4) (2006), 367-376.
- [6] Zorlutuna I., *On b -closed spaces and θ - b -continuous functions*, *The Arabian Journal for Science and Engineering*, 34 (2) (2008), 205-216.

^a Email: neycaror@gmail.com

Aspectos importantes sobre conjuntos abiertos generalizados con respecto a un ideal

Ennis Rosas^{1a}

¹ Universidad de Oriente. Departamento de Matemática. Núcleo de Sucre. Cumaná. Venezuela

La idea general de esta charla es buscar bajo que condiciones se le puede dar repuesta a la siguiente interrogante: dado un espacio topológico (X, τ) y un subconjunto $A \subseteq X$, tal que A satisface una cierta condición si y sólo si su clausura $cl(A)$ también la satisface. En el año 2013, Friday Michael [1] hace un intento de encontrar respuestas a tal interrogante, pero sólo encuentra resultados parciales. Nuevamente en el año 2013, Rodyna A. Hosny y Deena Al-Kadi en [2], introducen nuevas clases de conjuntos generalizados pero no dan repuesta al problema planteado. En el año 2014, C. Carpintero, A. Muñoz, J. Pacheco y E. Rosas [3], dan una repuesta afirmativa al problema debilitando un poco los conjuntos definidos por Ifeanny, y estos resultados son los que justamente comentaremos en esta charla.

REFERENCIAS

- [1] Michael F., *On semi open sets with respect to an ideal*. *Eur. J. Pure Appl. Math* **6**, no. 1 (2013) 53-58.
- [2] Rodyna A. Hosny and Deena Al-Kadi, *Types of generalized open sets with ideal*. *International Journal of Computer Application*. **80**, no. 4 (2013).
- [3] C. Carpintero, A. Muñoz, J. Pacheco y E. Rosas, *Some Remarks on semi open sets with respect to an ideal*. *Eur. J. Pure Appl. Math* **7**, no. 4 (2014) 437-441.

^a Email: ennisrafael@gmail.com

Índice de Autor

- Ángel Padilla, 19
- A. Carrasco, 97
A. Pineda, 88
A. Ríos-Bolívar, 94
A. Tineo Moya, 92
Abdul Lugo, 30
Abreu Pedro, 63
Adelis Nieves, 28
Alirio Peña, 105
Amílcar Mata Díaz, 82
Ana Moros, 69
Andrey Paredes, 71
Angela S. Chikhani Coello, 45
- Betancourt M., M. J, 53
Betancourt M., O. L., 55
- C. González, 16, 68
Carlos García, 72
Carlos R. Carpintero F, 106
Carlos R. Carpintero F., 19
Carlos R. Ferrer C., 101
Carmen Da Silva, 33
Carrasquel, S., 77
CENTENO R., M. V., 54
Clavel Quintana, 27
Coronado, D., 75
- Daniel Brito, 77
Daniel Escobar, 102
Darky González, 65
Darwin Cariaco, 107
- Edgar Alejandro Heredia, 51
Edgar Rosales, 73
EDIXO ROSALES, 23
Eduardo Requena, 103
Edwin Pin, 84
Elizabeth Gandica de Roa, 46
Elvis Lacruz, 29
Ennis Rosas, 109
Euro Lucena, 11
Eusebio Ariza, 42
- Eusebio Ariza García, 48
- F. Solano Feo, 31
Federico Flaviani Guastafarro, 83
Franklin Vargas, 43
- Gabriel Santana, 102
Gloria Parada, 49
- H. Leiva, 94
Hanzel Lárez, 95
Hermes Y. Peñaloza, 86
HERNÁNDEZ, Tirso, 49
Hiliana C. Angulo, 68
- Iver D. Grau M., 36
- J. A. Guerrero, 61
J. Guillén, 23
Jaime Blanco, 32
Jesús E. Nieto, 84
Jesús M. Varela M., 51
Jonathan Linares, 52
Jorge Hernández, 71
José B. Hernández C, 87
José Giménez, 60
José Luís Sánchez H., 60
José Viloría, 75
José Javier Salas, 56
José Sanabria, 107
Juan Otero, 79
Julio C. Ramos Fernández, 17
- K. Aguiar, 25
K. Maldonado, 65
- Lisbeth Carrero, 70
Losavio F., 76
Luis Antonio Azócar Bates, 62
Luis Arrieta, 10
Luis Berbesí, 20
Luis Gerardo Mármol Bosch, 39
Luis J. Cordova, 31
Luis Rivas, 102
Luz Rodríguez, 72

M. A. Valera-López, 35
M. Bracamonte, 70
M. Valera., 64
María Sanoja, 59
María Elena Artigas, 81
Marcos J. González, 13
Margot Salas-Brown, 106
Maricarmen Andrade, 36
Marisela Domínguez, 21
María T. Malavé-Ramírez, 18
Miguel Vivas, 69
Milagros Elena Rodríguez, 48, 50

Nelson Colmenares, 34
Nelson J. Merentes D., 58
Nelyda Vargas D., 91
Neyra Ramirez, 108

Odalis M. Mejía G., 58
Oswaldo J. Larreal B., 92
Otilio Rojas, 29

Pedro Berrizbeitia, 13
Pedro Peña, 18, 87

Rainier V. Sánchez C., 22
Ramón Bruzual, 17
Reinaldo Loero, 54
René Escalante, 33
Renzo Zanin, 101
Ricardo Franquiz, 10
Ricardo Rios, 89
Richard Malavé Guzmán, 100

Said Antonio Kas-Danouche Rojas, 41
Sergio Rojas, 27
Sergio T. Rivas, 63
Stella Brassesco², 89

Teodoro Lara, 98
Tobías Rosas Soto, 104
Tomás Ereú, 67
Tomás Guardia, 12, 100

Víctor Ramírez, 11
Víctor Sirvent, 8
Vinicio R. Ríos, 97

Wadie Aziz, 66
Wilmer Barrera, 24
Wilmer L. Arzelay A., 20
Wilson Pacheco, 105

Yacelys Isabel Gutiérrez, 50